

KOREKCJA UZĘBIENIA I ZAZĘBIENIA

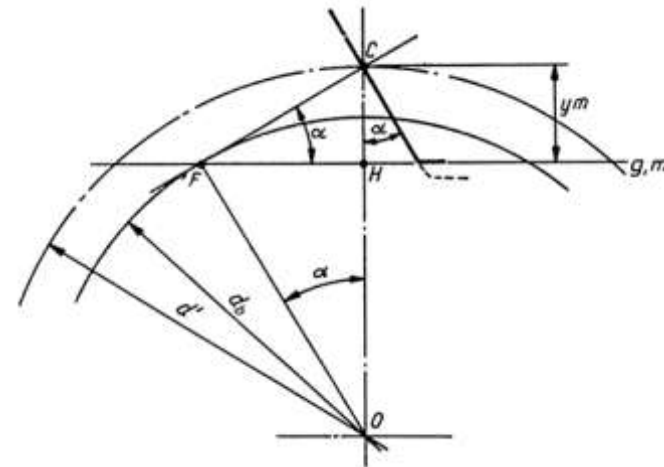
Opracował: dr inż. Wiesław Mościcki

Warszawa 2014

KOREKCJA UZĘBIENIA I ZAZĘBIENIA

1. Korekcja technologiczna uzębienia

Wykonanie ewolwentowego zarysu zębów metodą obwiedniową odbywa się przez odcinanie materiału otoczki krawędzią narzędzia zębatki, pokrywającą się z prostą  $s$  (rys. 5.3b, [1]). Te cięcia kształtują zarys zęba tylko wtedy, gdy proces odbywa się na linii przyporu, czyli na prostej  $n$ . Ewolwenta zęba istnieje więc jedynie na zewnątrz okręgu zasadniczego. Punkt ewolwenty, leżący na okręgu zasadniczym, jest najbliższy środka koła punktem zarysu. Zarys zęba w tym miejscu jest kształtowany przez punkt prostoliniowej krawędzi tnącej narzędzia, najgłębiej wsunięty w materiał otoczki. Odbywa się to w chwili, gdy punkt ten znajdzie się w miejscu styczności okręgu zasadniczego i linii przyporu (punkt  $F$ , rys. 1).



Rys. 1. Położenie narzędzia przy obwiedniowej obróbce uzębienia

Położenie tego punktu, a więc i przechodzącej przez niego prostej  $g$ , zależy od modułu i liczby zębów koła oraz od nominalnego kąta zarysu narzędzia-zębatki  $\alpha_n$  i jest ono stałe dla danego koła zębatego.

Z kolei z położeniem narzędzia względem środka obrotu koła, podczas obróbki uzębienia, związane jest położenie prostych, które przechodzą przez charakterystyczne punkty tego narzędzia. Te proste to:

- **rzeczywista linia wierzchołkowa  $r$** , przechodząca przez wierzchołek narzędzia,
- **miarodajna linia wierzchołkowa  $m$** , przechodząca przez skrajne punkty prostoliniowych krawędzi narzędzia oraz
- **linia toczna  $t$** , która dzieli zęby zębatki w odpowiednich proporcjach na głowę i stopę, zawsze styczna do okręgu obróczo-tocznego koła zębatego (prosta ta pokrywa się z linią podziałową).

O tym, czy zarys będzie podcięty u podstawy zęba decyduje położenie miarodajnej linii wierzchołkowej narzędzia -  $m$  względem punktu  $F$ , a więc także względem prostej  $g$ .

Jeżeli miarodajna linia wierzchołkowa  $m$  pokrywa się z prostą  $g$ , to nie wystąpi podcięcie zębów. Taki przypadek będzie miał miejsce tylko przy jednej liczbie zębów -  $z_g$ , zwanej **graniczną liczbą zębów**. Z rysunku 1 wynika, że:

$$OC = \frac{1}{2} d' = \frac{1}{2} m \cdot z_g = \frac{CH}{\sin^2 \alpha_n} = \frac{y \cdot m}{\sin^2 \alpha_n}$$

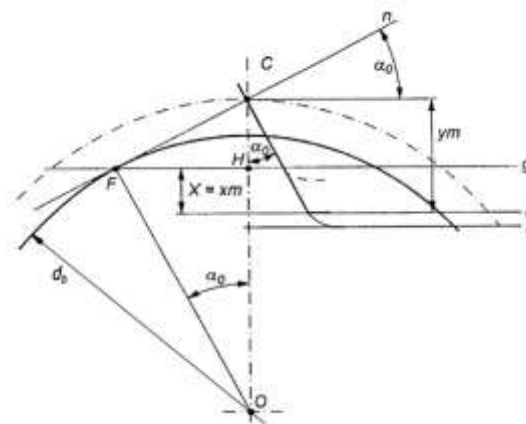
a stąd graniczna liczba zębów jest równa:

$$z_g = \frac{2y}{\sin^2 \alpha_n} \quad (1)$$

Jeśli zatem liczba zębów  $z$  obrabianego koła jest równa granicznej  $z_g$  lub jest większa od niej, czyli  $z \geq z_g$ , to miarodajna linia wierzchołkowa narzędzia -  $m$  na pewno nie znajdzie się bliżej środka koła niż linia  $g$ , wyznaczająca położenie graniczne. Nie będzie zatem zachodziło podcinanie zębów.

**Graniczna liczba zębów -  $z_g$**  jest to zatem najmniejsza liczba zębów przy której w kole zębatym nie wystąpi podcięcie zarysów u podstawy zęba. Gdy parametry  $y = 1$  oraz  $\alpha_n = 20^\circ$ , to graniczna liczba zębów  $z_g = 17$ .

Gdy liczba zębów koła jest mniejsza niż liczba graniczna, czyli  $z < z_g$ , to wystąpi podcinanie zębów u podstawy. Wtedy bowiem miarodajna linia wierzchołkowa  $m$  narzędzia znajduje się między linią  $g$  a osią obrotu koła, czyli zbyt blisko środka koła (rys. 2).



Rys. 2. Położenie narzędzia w kształcie zębatki w obwodniowej obróbce uzębienia

Aby nie dopuścić do podcięcia zębów należy narzędzie ustawić w takiej odległości od osi obrotu koła, aby miarodajna linia wierzchołkowa pokryła się z prostą  $g$ , czyli aby znalazła się w swoim położeniu granicznym.

Można tego dokonać dwoma sposobami, w obu przypadkach bez zmiany parametrów zarysu odniesienia, a więc zachowując nominalny kąt zarysu -  $\alpha_n$  oraz współczynnik wysokości zębów -  $y$ . Pierwszy sposób polega na takim zwiększeniu liczby zębów koła, aby przy tej samej średnicy podziałowej, była ona większa niż graniczna liczba  $z_g$ , gdyż wtedy nie wystąpi już podcięcie zębów. Można to osiągnąć przez zmniejszenie modułu uzębienia, jednak oznacza to konieczność zmiany narzędzia.

Drugi sposób, nie wymagający zmiany narzędzia, to zastosowanie zabiegu zwanego przesunięciem zarysu, czyli tzw. *korekcja uzębienia*. Polega ona na odsunięciu narzędzia-zębatki od środka koła do położenia granicznego, czyli o wartość  $X = x \cdot m$ . Wartość współczynnika przesunięcia zarysu -  $x$ , wyznaczamy ze wzoru:

$$x = y \cdot \frac{z_g - z}{z_g} \quad (2)$$

Zastosowanie przesunięcia zarysu pozwala, przy zachowaniu tych samych wartości średnic podziałowych i zasadniczych, wykonywać koła o większych modułach. Stosowanie korekcji jest więc szczególnie korzystne w drobnomodułowych kołach zębatych.

Odsuwanie narzędzia od środka koła, podczas korekcji, powoduje zmniejszanie grubości zęba przy wierzchołku. Przy danej liczbie zębów koła i zadanych parametrach zębatki, odsunięcie narzędzia może okazać się tak duże, że spowoduje przecięcie ewolwent lewej i prawej strony zęba poniżej okręgu wierzchołków. Oznaczałoby to zmniejszenie wysokości zęba oraz zaostrenie wierzchołka. Oba zjawiska są niekorzystne. Z tego względu istnieje *minimalna liczba zębów -  $z_{min}$*  koła jaką można wykonać bez podcięcia ale i bez obniżenia wysokości zębów. Dla zarysu odniesienia bez konstrukcyjnego luzu obwodowego - rys. 5.7a według [1] - minimalna liczba zębów jest równa  $z_{min} = 8$ , a odpowiadająca mu wartość współczynnika przesunięcia zarysu  $x_{max} = 0,5294$ . Dla zarysu odniesienia z

konstrukcyjnym luzem obwodowym - rys. 5.7b według [1] - minimalna liczba zębów  $z_{min} = 10$ , a odpowiadająca mu wartość współczynnika przesunięcia zarysu  $x_{max} = 0,4118$ . Wymiary koła zębatego po korekcji uzębienia oblicza się z następujących zależności:

- średnica wierzchołków:

$$d_a = m(z + 2y + 2x) \quad (3)$$

- średnica stóp (podstaw):

$$d_f = m(z - 2u + 2x) \quad (4)$$

przy czym w znormalizowanych w Polsce zarysach odniesienia współczynnik wysokości głowy zęba  $y = 1$  natomiast współczynnik wysokości stopy  $u = 1,4$  (gdy moduł  $m < 1$ ) lub  $u = 1,25$  (gdy  $m \geq 1$ ). Średnice okręgu podziałowego i zasadniczego, mimo przeprowadzonej korekcji, pozostają niezmiennie i wyznacza się je odpowiednio ze wzorów:

$$d = m \cdot z \quad (5)$$

$$d_b = d \cdot \cos \alpha = m \cdot z \cdot \cos \alpha \quad (6)$$

## 2. Korekcja zazębienia typu P-O

Jeśli w przekładni koło o liczbie zębów  $z_1 < z_g$  (korygowane) miałyby współpracować z kołem o liczbie zębów  $z_2 \geq z_g$  (niekorygowanym), to rozstawienie osi powinno być większe od rozstawienia zerowego -  $a_0$ . Wynika to z powiększenia wymiarów mniejszego koła wskutek korekcji. Konstruktorzy są jednak przyzwyczajeni do stosowania rozstawienia zerowego, wyliczanego z zależności:

$$a_o = 0,5 \cdot m \cdot (z_1 + z_2) \quad (7)$$

Zależność (7) jest prosta i znana, a to zmniejsza możliwość wystąpienia błędu. Ponadto powiększenie odległości osi powoduje zmniejszenie wartości wskaźnika zazębienia, co jest oczywiście niekorzystne. Właśnie z tych powodów koryguje się nie tylko koło mniejsze ale także koło z nim współpracujące i to w taki sposób, aby rozstawienie osi w przekładni pozostało równe odległości zerowej –  $a_o$ . Taka korekcja nazywa się **korekcją P-O**. Tak więc w tej korekcji mniejsze koło o liczbie zębów  $z_1 < z_g$  koryguje się aż do zlikwidowania podcięcia zębów, odsuwając narzędzie od osi obrotu otoczki o odcinek  $X = x \cdot m$ . Jednocześnie jednak korekcji podlega też koło współpracujące, przez dosunięcie narzędzia podczas obróbki dokładnie o taką samą wartość  $X = -x \cdot m$ . Tylko wtedy bowiem odległość osi obu kół pozostanie niezmienną.

Jest to korekcja technologiczna, gdyż stosuje się ją w celu niedopuszczenia do podcięcia zębów podczas obróbki. Dosunięcie narzędzia do koła o liczbie zębów  $z_2 \geq z_g$  niesie ze sobą niebezpieczeństwo takiego przemieszczenia jego miarodajnej linii wierzchołkowej  $m$ , że znajdzie się ona bliżej środka koła niż linia  $g$  – wyznaczająca położenie graniczne.

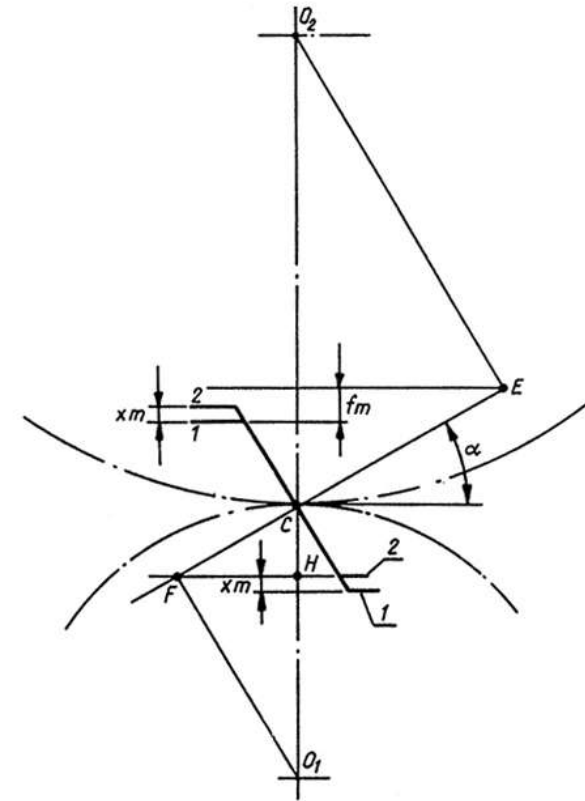
Mogłoby wtedy dojść do podcięcia zębów większego koła, a do tego nie można dopuścić. Oznacza to, że dosunięcie narzędzia nie może być większe niż maksymalne możliwe dla koła większego (rys. 3), czyli musi być spełniony warunek:

$$x \cdot m \leq f \cdot m$$

Stosując zależność (2) dla kół o liczbie zębów  $z_1$  i  $z_2$  otrzymamy wartości współczynników przesunięcia zarysu:

$x$  – niezbędne dla mniejszego z kół oraz

$f$  – maksymalne dla większego koła



Rys. 3. Zakres stosowalności korekcji P-O  
1 – pozycja narzędzia przed korekcją, 2 – skorygowana pozycja narzędzia

$$y \frac{z_g - z_1}{z_g} \leq y \frac{z_2 - z_g}{z_g}$$

Po przekształceniu tej nierówności uzyskujemy *warunek stosowności korekcji P-O*:

$$z_1 + z_2 \geq 2z_g \quad (8)$$

przy czym  $z_1$  – liczba zębów zębownika, ( $z_1 < z_g$ )  
 $z_2$  – liczba zębów większego koła, ( $z_2 \geq z_g$ ).

Oznacza to, że korekcję **P-O** można stosować tylko wtedy, gdy liczba zębów jednego z kół jest mniejsza niż graniczna,  $z_1 < z_g$  oraz gdy suma zębów obu kół jest wystarczająco duża, czyli  $z_1 + z_2 \geq 2z_g$ . Jej cechą jest zachowanie zerowej odległości osi kół  $a_o$ . Z warunku (8) wynika, że duże koło musi mieć liczbę zębów większą od liczby granicznej  $z_g$  co najmniej o tyle zębów, o ile liczba zębów zębownika jest mniejsza od liczby granicznej.

Wymiary przekładni po przeprowadzeniu korekcji **P-O** są następujące:

średnica wierzchołków: (9a)

$$d_{a1} = m(z_1 + 2y + 2x) \quad d_{a2} = m(z_2 + 2y - 2x)$$

średnica stóp: (9b)

$$d_{f1} = m(z_1 - 2u + 2x) \quad d_{f2} = m(z_1 - 2u - 2x)$$

średnica podziałowa: (9c)

$$d_1 = m \cdot z_1 \quad d_2 = m \cdot z_2$$

średnica zasadnicza: (9d)

$$d_{b1} = m \cdot z_1 \cos\alpha \quad d_{b2} = m \cdot z_2 \cos\alpha$$

odległość osi: (9e)

$$a_o = 0,5m \cdot (z_1 + z_2)$$

W wyniku korekcji **P-O** zmianie ulegają wymiary kół zębatych oraz grubość zębów. Okręgi podziałowy i zasadniczy nie zmieniają swoich wymiarów. Odcinek przyporu zawarty między okręgami wierzchołkowymi ma swą pełną długość. Jest on jednak przesunięty względem linii środków w kierunku wżębienia. Ze względu na to, że zachowana zostaje zerowa odległość osi kąt przyporu pozostaje niezmienny i równy  $\alpha = 20^\circ$ .

Warto podkreślić, że jeśli jest to tylko możliwe, a więc gdy spełniony jest warunek (8) należy stosować korekcję technologiczną typu **P-O**.

### 3. Korekcja zazębienia typu P – technologiczna

Jeżeli w przekładni nie jest spełniony warunek stosowności korekcji **P-O** należy skorygować jedno lub - jeśli jest taka potrzeba - oba koła w taki sposób aby uniknąć podcięcia zębów, a następnie dobrać powiększone rozstawienie osi kół zapewniające poprawną współpracę zębów. Realizacja takiej procedury jest nazywana *korekcją technologiczną typu P*.

Korekcję tę należy więc stosować wtedy, gdy jedynie jedno koło lub gdy oba koła mają liczbę zębów mniejszą od liczby granicznej  $z_g$  a w każdym z tych przypadków suma zębów obu kół jest mniejsza niż podwojona graniczna liczba zębów  $z_g$ , czyli:

$$z_1 < z_g, \quad z_2 \geq z_g \text{ a także } z_1 + z_2 < 2z_g \quad (10a)$$

lub

$$z_1 < z_g, \quad z_2 < z_g \text{ a także } z_1 + z_2 < 2z_g \quad (10b)$$

Wymiary kół i przekładni zależą od tego jaki luz obwodowy jest wymagany w zazębieniu po korekcji.

Gdy dopuszczalny jest duży konstrukcyjny luz obwodowy, wymiary przekładni będą następujące:

Średnica wierzchołków: (11a)

$$d_{a1,2} = m(z_{1,2} + 2y + 2x_{1,2})$$

Średnica stóp: (11b)

$$d_{f1,2} = m(z_{1,2} - 2u + 2x_{1,2})$$

Średnica podziałowa: (11c)

$$d_{1,2} = m \cdot z_{1,2}$$

Odległość osi: (11d)

$$a_p = a_0 + m \cdot (x_1 + x_2) = a_0(1 + A)$$

Rozstawienie osi kół  $a_p$  jest większe niż odległość zerowa  $a_0$  o odcinek  $m(x_1 + x_2)$  równy sumie rzeczywistych przesunięć narzędzia, wynikających z realizowanej korekcji uzębienia każdego z kół. Wskaźnik  $A$  rozsunęcia osi ponad odległość zerową opisany jest zależnością:

$$A = \frac{2(x_1 + x_2)}{z_1 + z_2} \quad (12)$$

Odległość osi wyliczona z zależności (11d) choć zapewnia duży luz obwodowy, jednak powoduje zmniejszenie wskaźnika zazębienia. Z tych powodów można ją stosować tylko w przekładniach poruszających się stale w jedną stronę, w których płynność pracy nie jest zbyt istotna.

Zwykle w przekładniach wymaga się, aby luz obwodowy był możliwie mały. Dotyczy to wszystkich przekładni maszynowych jak też większości zastosowań przekładni drobnomodulowych. Rozstawienie osi  $a_p$  należy zatem zmniejszyć po to, aby ograniczyć luz obwodowy do wartości występujących w przekładniach niekorygo-

wanych. Ten warunek spełnia odległość  $a_r$  wyliczona z zależności:

$$a_r = a_0 \cdot (1 + B) \quad (13)$$

gdzie:  $B$  – wskaźnik rozsunęcia osi kół w przekładni z małym luzem obwodowym.

Bezpośrednie związki między wskaźnikami  $A$  i  $B$  określają następujące zależności:

$$\frac{A}{B} = \sqrt[4]{1 + 13 \cdot A} \quad (14)$$

$$\frac{A}{B} = \sqrt{1 + 7B} \quad (15)$$

Wymiary kół tak korygowanej przekładni będą następujące:

$$d_{1,2} = m \cdot z_{1,2} \quad (16a)$$

$$d_{a1,2} = m \cdot (z_{1,2} + 2y + 2x_{1,2} - 2k) \quad (16b)$$

$$d_{f1,2} = m \cdot (z_{1,2} - 2u + 2x_{1,2}) \quad (16c)$$

gdzie:  $k$  – współczynnik obniżenia głowy zęba.

Obniżenie wysokości głowy zębów jest niezbędne dla uniknięcia interferencji zarysów, która mogłaby nastąpić wskutek zbliżenia osi kół ( $a_r < a_p$ ). Głowy zębów obniża się o taką samą wartość o jaką różnią się od siebie odległości osi  $a_p$  i  $a_r$ :

$$K = a_p - a_r = k \cdot m$$

a to oznacza, że współczynnik obniżenia głowy zęba jest równy:

$$k = 0,5 \cdot (z_1 + z_2) \cdot (A - B) \quad (17)$$

#### 4. Korekcja zazębienia typu P – konstrukcyjna i konstrukcyjno-technologiczna

Ten rodzaj korekcji zazębienia jest stosowany wtedy, gdy zadana odległość osi kół przekładni jest inna, zazwyczaj większa, niż odległość zerowa, określona zależnościami (7) i (9e). Po to aby przekładnia pracowała poprawnie, a więc bez interferencji zarysów i przy niezmiennym obwodowym luzie międzyzębnym, należy odpowiednio skorygować koła tej przekładni. Obliczanie parametrów korekcji i wymiarów przekładni odbywa się z wykorzystaniem zależności podanych przy omawianiu korekcji technologicznej typu **P**, według następującej kolejności:

- wyznaczenie sumy współczynników przesunięcia zarysu ( $x_1 + x_2$ ), niezbędnej do zapewnienia poprawnej współpracy zębów; Jeśli przekładnia może pracować z dużym luzem obwodowym, to zadane rozstawienie osi jest odległością  $a_p$  ze wzoru (11d). Możliwe jest zatem wyznaczenie wskaźnika **A** oraz ze wzoru (12), po jego przekształceniu, poszukiwanej sumy współczynników ( $x_1 + x_2$ ).
- rozdział wyznaczonej sumy współczynników ( $x_1 + x_2$ ) na poszczególne koła;

Gdy natomiast w zazębieniu należy zapewnić mały luz obwodowy, narzucone rozstawienie jest odległością  $a_r$  ze wzoru (13). Możliwe jest więc wyznaczenie wartości wskaźnika **B** a także z jednego ze wzorów (14) lub (15) wskaźnika **A**, a więc i sumy współczynników ( $x_1 + x_2$ ).

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{z_2}{z_1}$$

W przypadku, gdy jedno lub oba koła mają liczby zębów mniejsze niż liczba graniczna  $z_g$ , należy przy rozdziale sumy ( $x_1 + x_2$ ) zapewnić w pierwszym rzędzie likwidację podcięć zębów u podstawy. Mamy wtedy do czynienia z **korekcją konstrukcyjno-technologiczną**.

- obliczenie średnic kół, Należy korzystać ze wzorów (16) pamiętając o potrzebie obniżenia wysokości głów zębów o wielkość  $K = k \cdot m$ .

#### Skutki korekcji typu P:

Po przeprowadzeniu korekcji **typu P** występuje:

- zmiana wymiarów kół zębatych (średnica wierzchołków, stóp oraz toczna),
- zmiana kształtu zębów: zwiększa się wysokość głowy a zmniejsza wysokość stopy, rośnie grubość zębów na okręgu podziałowym a maleje na okręgu wierzchołków,
- powiększenie odległości osi oraz zwiększenie wartości kąta przyporu,
- zmniejszenie czynnej długości linii przyporu a zatem i wartości wskaźnika zazębienia.