

Podstawy Konstrukcji Urządzeń Precyzyjnych

Materiały pomocnicze do projektowania część 3
Zespół napędu liniowego

Preskrypt:
Opracował dr inż. Wiesław Mościcki

Warszawa 2020

Spis treści

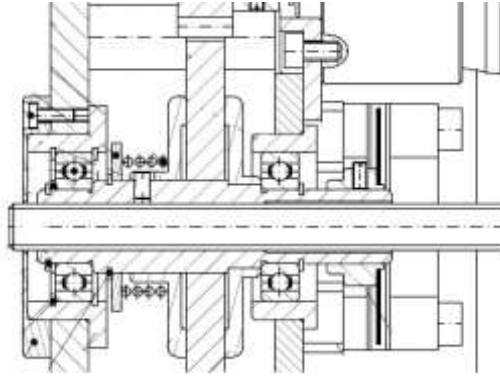
1. Wstępne obliczenia kół stopnia sprzęgającego
 - 1.1 Wstępny dobór łożysk tocznych nakrętki
 - 1.2 Wyznaczenie najmniejszej odległości a_{\min} osi popychacza i motoreduktora
 - 1.3 Wyznaczenie modułu oraz liczby zębów zębownika i koła zębatego stopnia sprzęgającego
 - 1.4 Wyznaczenie siły międzyzębnej w przekładni sprzęgającej
2. Wyznaczanie trwałości łożysk tocznych nakrętki
 - 2.1 Schemat łożyskowania nakrętki
 - 2.2 Obciążenia łożysk tocznych
 - 2.3 Wyznaczenie trwałości łożysk tocznych
 - 2.4 Sprawdzenie poprawności doboru łożyska w warunkach spoczynku ($n_{\text{nut}}=0$)
3. Dobór parametrów sprężyny sprzęgła
 - 3.1 Schemat sprzęgła przeciążeniowego
 - 3.2 Moment przenoszony przez sprzęgło
 - 3.3 Wymagania dotyczące sprężyny sprzęgła
 - 3.4 Algorytm obliczenia sprężyny sprzęgła
4. Przekładnie zębate. Podstawowe obliczenia
 - 4.1 Zarys odniesienia uzębień drobnomodułowych
 - 4.2 Graniczna i minimalna liczba zębów
 - 4.3 Korekcja uzębienia i zazębienia
 - 4.4 Przełożenie w przekładni zębatej
 - 4.5 Podstawowe obliczenia wytrzymałościowe kół zębatych
5. Literatura

Uwaga: Materiały pomocnicze zawierają więcej informacji niż wymagane do wykonania obliczeń konstrukcyjno-sprawdzających w projekcie ZNL

1. Wstępne obliczenia kół stopnia sprzęgającego

W celu wyznaczenia modułu i liczby zębów kół stopnia sprzęgającego niezbędna jest znajomość m.in. odległości osi tych kół, na którą mogą mieć wpływ wymiary łożysk tocznych nakrętki. Dlatego w pierwszej kolejności należy wstępnie dobrać te łożyska.

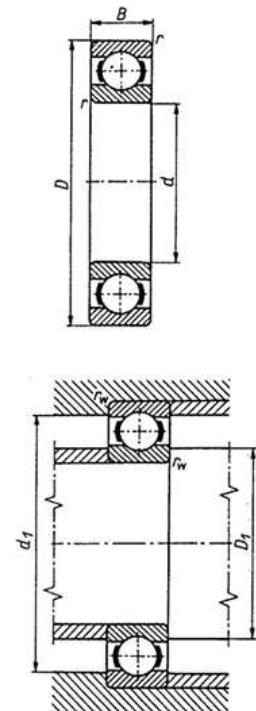
1.1 Wstępny dobór łożysk tocznych nakrętki



Rys. 1 Przykład łożyskowania nakrętki

Łożyska toczne osadzone na nakrętce muszą mieć średnicę d (średnica otworu jest nazywana średnicą łożyska) większą o ok. 3÷4 mm od przyjętej w założeniach konstrukcyjnych średnicy gwintu popychacza (rys. 1).

Oznaczenie łożyska	Wymiary główne				Nośność		Prędkość obrotowa graniczna		Wymiary związane z zabudową		
	d	D	B	r	ruchowa C	spoczynkowa C_0	smar stały	olej	D_1 min.	d_1 max.	r_w max.
	mm	mm	mm	mm	daN	daN	obr/min	obr/min	mm	mm	mm
618/4	4	9	2,5	0,3	34	14	44 000	52 000	5	8	0,15
619/4		11	4	0,3	53	28	42 000	50 000	5	10	0,15
624		13	5	0,4	85	40	38 000	45 000	6	11	0,2
634		16	5	0,5	135	70	36 000	43 000	6	14	0,3
618/5	5	11	3,5	0,3	44	21	40 000	49 000	6,4	9,6	0,15
619/5		13	4	0,3	60	30	39 000	49 000	6,4	11,6	0,15
625		16	5	0,5	140	70	35 000	43 000	7	14	0,3
635		19	6	0,5	180	98	31 000	38 000	7	17	0,3
618/6	6	13	3,5	0,3	63	31	37 000	45 000	7,4	11,6	0,15
619/6		15	5	0,4	90	50	37 000	45 000	7,4	13,6	0,2
626		19	6	0,5	180	98	32 000	39 000	8	17	0,3
618/7	7	14	3,5	0,3	70	36	37 000	44 000	8,4	12,6	0,15
619/7		17	5	0,4	116	66	36 000	44 000	8,4	15,6	0,2
607		19	6	0,5	170	70	33 000	40 000	9	17	0,3
627		22	7	0,5	250	130	30 000	36 000	9	20	0,3
618/8	8	16	4	0,4	94	52	36 000	43 000	9,6	14,4	0,2
619/8		19	6	0,5	136	76	35 000	41 000	9,6	17,4	0,3
608		22	7	0,5	250	130	32 000	38 000	10	20	0,3
618/9	9	17	4	0,4	102	59	33 000	40 000	10,6	15,4	0,2
619/9		20	6	0,5	155	95	31 000	38 000	10,6	18,4	0,3
609		24	7	0,5	280	145	29 000	36 000	11	22	0,3
629		26	8	1	345	196	25 000	31 000	11	24	0,3



Przyjmujemy zatem następujące kryterium geometryczne:

$$d = M(d_{pop}) + \min(3 \div 4 \text{ mm}) \quad (1)$$

gdzie: $M(d_{pop})$ – średnica popychacza przyjęta w założeniach konstrukcyjnych

Średnicę zewnętrzną D wybranego łożyska odczytujemy z katalogu łożysk tocznych (karta katalogowa łożysk tocznych zwykłych umieszczona powyżej)

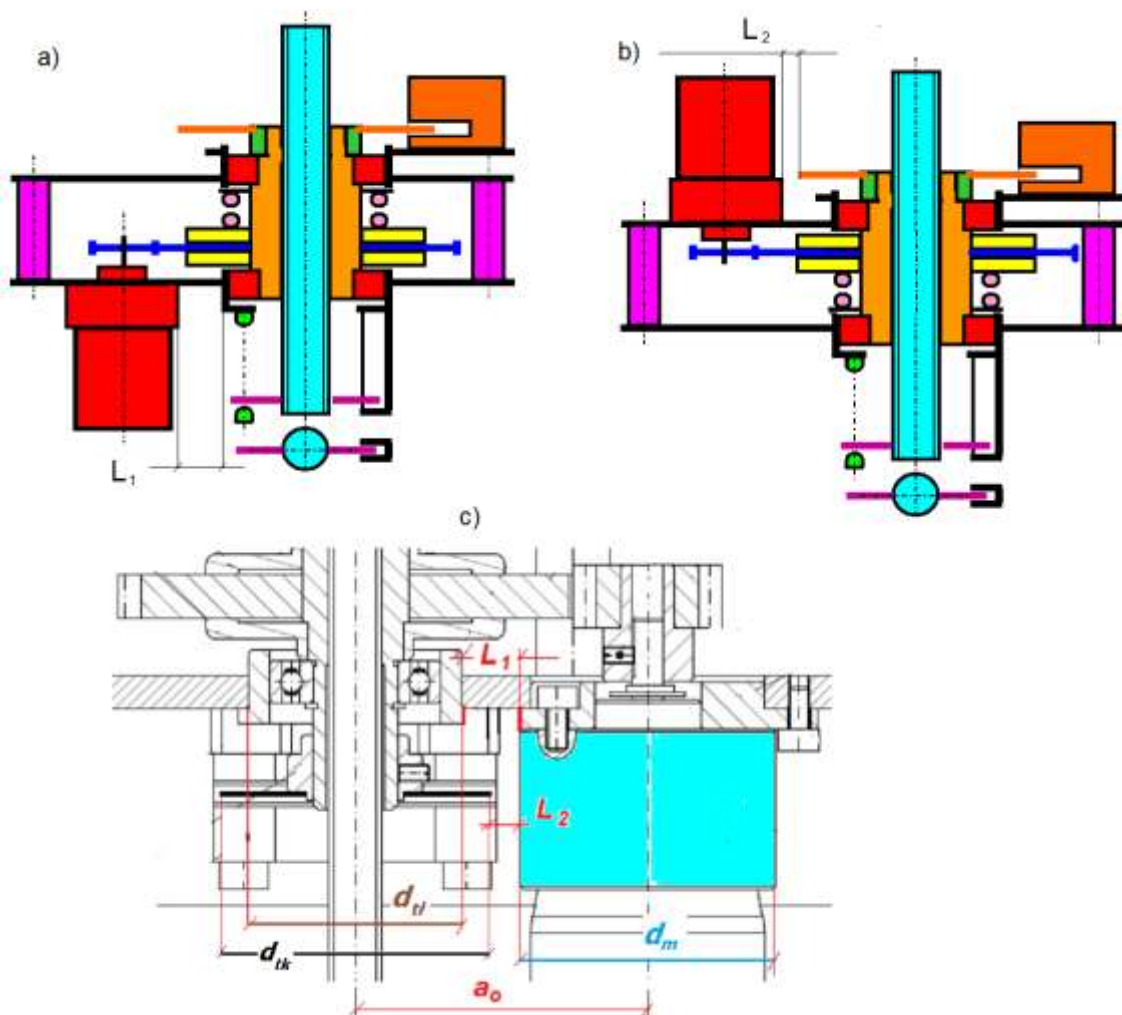
Dla średnicy łożyska d przewidziano kilka łożysk o różnych wymiarach (B , D). Łożyska najmniejsze, jako najbardziej delikatne, będą miały najmniejszą trwałość (najkrótszy czas pracy). Im zatem większa siła Q_{\max} tym masywniejszą wersję łożyska należy wybrać.

Po wybraniu konkretnego łożyska wypisujemy jego podstawowe parametry geometryczne i eksploatacyjne.

Przykład: **Łożysko 619/8** ma następujące podstawowe parametry:
 $d = 8 \text{ mm}$, $D = 19 \text{ mm}$, $B = 6 \text{ mm}$, $C = 136 \text{ daN}$, $C_0 = 76 \text{ daN}$

1.2 Wyznaczenie najmniejszej odległości a_{\min} - osi popychacza i motoreduktora

W celu zapewnienia możliwie małych wymiarów gabarytowych urządzenia należy dążyć do tego, aby odległość osi motoreduktora i popychacza była możliwie mała. Mogą wystąpić dwa warianty położenia tarczy impulsowej: po przeciwnej (rys. 2a) lub po tej samej (rys. 2b) stronie co motoreduktor. W przypadku a) wpływ na odległość osi ma średnica d_{tt} tulei w której osadzone jest łożysko toczne, zaś w przypadku b) – średnica d_{tk} tarczy impulsowej lub średnica d_{tt} tulei łożyskowej (należy to sprawdzić). Najmniejsza odległość osi a_{\min} , zapewniająca poprawną pracę zespołu, określona jest zależnościami, wynikającymi z rys. 2:



Rys. 2 Ustalenie najmniejszej odległości osi popychacza i motoreduktora

- gdy krytyczna jest odległość między motoreduktorem a tuleją łożyskową ($L_1 > 0$):

$$a_{1\min} = 0,5 \cdot d_m + 0,5 \cdot d_{\text{tł}} + L_1 \quad (2)$$

- gdy krytyczna jest odległość między motoreduktorem a tarczą impulsową ($L_2 > 0$):

$$a_{2\min} = 0,5 \cdot d_m + 0,5 \cdot d_{\text{tk}} + L_2 \quad (3)$$

gdzie: d_m – średnica motoreduktora, $d_{\text{tł}}$ – średnica tulei łożyskowej, d_{tk} – średnica tarczy impulsowej, L_1 - luz między ściankami motoreduktora i tulei łożyskowej, zalecane $L_1 = 1+2$ mm, L_2 - luz między ścianką motoreduktora a krawędzią tarczy impulsowej, zalecane $L_2 = 1+2$ mm.

Średnica zewnętrzna $d_{\text{tł}}$ tulei w której umieszczone jest łożysko toczne powinna być około 3÷4 mm większa od średnicy zewnętrznej D wybranego wstępnie łożyska tocznego.

Po ustaleniu, na podstawie wstępnego rysunku złożeniowego zespołu, wartości $a_{1\min}$ oraz $a_{2\min}$, **większą z nich** przyjmujemy jako **najmniejszą wymaganą odległość osi a_{\min}** . W dalszych obliczeniach ta właśnie odległość jest **wstępną odległością osi a_o' kół** stopnia sprzęgającego.

1.3 Wyznaczenie modułu oraz liczby zębów zębownika i koła zębatego stopnia sprzęgającego

Stopień sprzęgający, w postaci jednostopniowej przekładni zębatej, ma realizować przełożenie i_{sp} . Będzie ono zachowane wtedy, gdy iloraz liczb zębów kół będzie spełniał równanie:

$$i_{\text{sp}} = \frac{z_2}{z_1} \quad (4)$$

Odległość osi a_o w przekładni zębatej określona jest zależnością:

$$a_o = 0,5 \cdot m \cdot (z_1 + z_2) \quad (5)$$

gdzie: m – moduł uzębienia wyrażony w mm, $z_{1,2}$ – liczba zębów kół zębownika 1 i koła zębatego 2

Moduł uzębienia to parametr, wyrażony w milimetrach, którego wartość należy przyjmować spośród znormalizowanych dla przekładni zębatych drobnomodułowych: 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9. **Ze względów dydaktycznych, w tym projekcie, zalecane są wartości modułów $m = 0,8$ lub $0,9$ mm.**

W równaniu (5) jako a_o przyjmujemy wstępnie ustaloną odległość osi a_o' równą **najmniejszej wymaganej odległości osi a_{\min}** , czyli

$$a_o = a_o' = a_{\min}$$

oraz wartości modułu uzębienia $m = 0,8$ lub $0,9$ (obie te wartości spełniają wymagania wytrzymałościowe, co zostanie potwierdzone w dalszej części obliczeń). Z układu równań (4) i (5) wyznaczymy wartości liczb zębów z_1 oraz z_2 . Otrzymane wartości z'_1 i z'_2 należy zaokrąglić do liczb całkowitych z_1 i z_2 takich, aby w efekcie otrzymać:

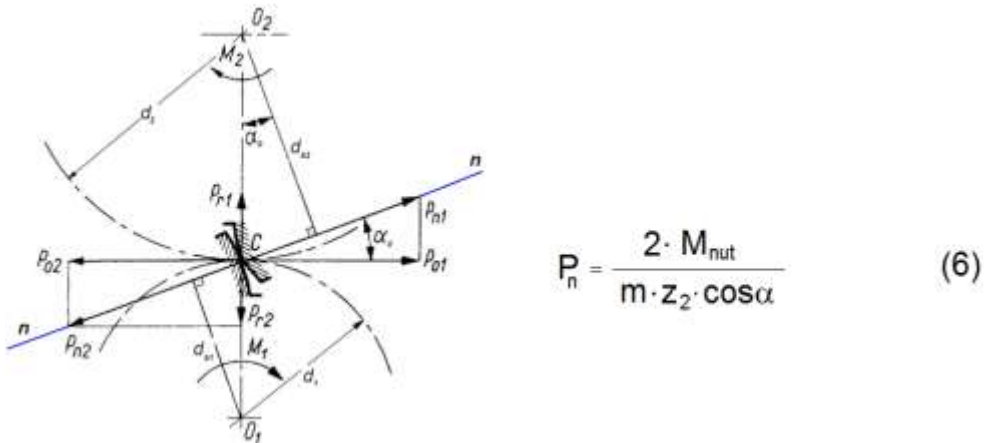
- przełożenie stopnia sprzęgającego i_{sp} o wartości możliwie bliskiej wymaganej,
- rozstawienie osi a_o gwarantujące luz L_1 lub L_2 w zadanych granicach, czyli minimum 1 mm i nie więcej niż 2 mm.

Dla przyjętych liczb zębów z_1 i z_2 należy obliczyć rzeczywistą odległość osi a_o wykorzystując wzór (5) i pokazać, że nie jest ona mniejsza od przyjętej odległości a_{\min} .

Zaleca się, aby liczba zębów zębika z_1 była mniejsza niż 17, $z_1 < 17$. Wtedy bowiem w przekładni niezbędne będzie zastosowanie korekcji P-0.

Odpowiednie obliczenia wymiarów kół zębatych oraz ich sprawdzenie wytrzymałościowe należy wykonać według wzorów podanych w punkcie 4.

1.4 Wyznaczenie siły międzyzębnej w przekładni sprzęgającej



$$P_n = \frac{2 \cdot M_{nut}}{m \cdot z_2 \cdot \cos \alpha} \quad (6)$$

Rys.3. Rozkład sił w zazębieniu stopnia sprzęgającego

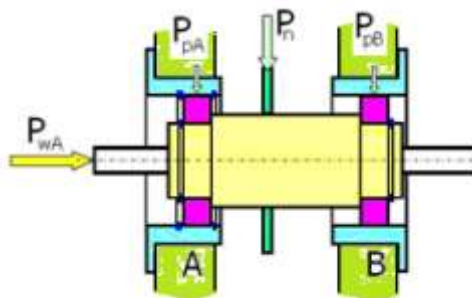
Siła międzyzębna P_n (rys. 3), przyłożona w płaszczyźnie środkowej koła zębatego z_2 , jest określona zależnością (6), w której:

- M_{nut} – moment obciążenia nakrętki w mNm
- m - moduł uzębienia koła zębatego z_2 przekładni sprzęgającej, w mm
- z_2 - liczba zębów koła zębatego tej przekładni osadzonego na nakrętce,
- α - nominalny kąt zarysu, $\alpha = 20^\circ$

2. Wyznaczanie trwałości łożysk tocznych nakrętki

2.1. Schemat łożyskowania nakrętki

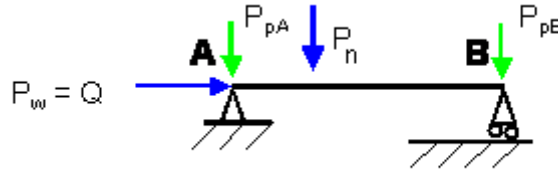
W projekcie stosowany jest schemat łożyskowania nakrętki (rys. 4) na dwóch łożyskach kulkowych zwykłych (są to łożyska poprzeczne jednorzędowe). Łożysko A ma ustalone oba pierścienie: wewnętrzny oraz zewnętrzny (cztery punkty ustalające). Łożysko B jest ustalone przesuwnie, tzn. pierścień zewnętrzny ma możliwość przesuwu w tulei korpusu, zaś pierścień wewnętrzny jest unieruchomiony na nakrętce (dwa punkty ustalające). **Jest to sposób łożyskowania zgodny ze schematem belki statycznie wyznaczalnej dla przypadku obciążenia typu "ruchomy wałek".**



Rys. 4 Schemat łożyskowania nakrętki według zasady belki statycznie wyznaczalnej

W projekcie prędkość obrotowa nakrętki jest znana i większa niż $n_{nut} > 10$ a praca łożysk nakrętki jest spokojna (brak nadwyżek dynamicznych).

2.2. Obciążenia łożysk tocznych



Rys. 5 Schemat obciążeń łożysk A i B

Na rys. 5 przedstawiono schemat obciążeń łożysk A i B. Reakcje P_{pA} oraz P_{pB} mogą być wyznaczone z równań równowagi nakrętki potraktowanej jak belka podparta na dwóch podporach A i B, zgodnie ze schematem (rys. 5).

Jeśli położenie siły P_n oraz rozstawienie łożysk A i B nie są jeszcze znane można przyjąć, że koło z_2 , a więc i siła P_n , znajdują się w połowie odległości płaszczyzn środkowych łożysk tocznych.

Po ustaleniu odpowiednich wymiarów można wykonać obliczenia korygujące, choć nie zmieniają one w istotnym stopniu otrzymanych wcześniej wyników.

Wartość siły P_w jest znana i równa zadanej sile obciążającej popychacz - Q_{max} .

2.3. Wyznaczenie trwałości łożysk

Trwałość łożysk wyznacza się według następującej procedury:

- **wypisać z katalogu parametry eksploatacyjne dobranego łożyska tocznego** (karta katalogowa łożysk w pkt. 1)

d - średnica łożyska, D - średnica zewnętrzna łożyska, B - szerokość łożyska, C - nośność ruchowa (dynamiczna) łożyska w daN, C_0 - nośność spoczynkowa (statyczna) łożyska w daN,

Wyznaczenie trwałości łożyskowania tocznego należy **przeprowadzić dla bardziej obciążonego łożyska**. W zespole napędu liniowego jest nim łożysko A (przenoszące, oprócz poprzecznego, także obciążenie wzdłużne).

- **wyznaczyć obciążenie zastępcze ruchowe P wybranego łożyska**

W tym celu należy korzystać ze wzoru (7):

$$P = X \cdot P_{pA} + Y \cdot P_w \quad (7)$$

w którym: X (Y) - współczynnik ruchowego obciążenia poprzecznego (wzdłużnego), P_{pA} i P_w - składowe obciążenia, odpowiednio poprzeczna i wzdłużna

- **wyznaczyć wartości współczynników X i Y według następującej procedury:**
 - dla wybranego łożyska obliczyć iloraz P_w/C_0 ,
 - z tablicy 1 wyznaczyć, dla obliczonego ilorazu P_w/C_0 , wartość parametru e , (zastosować interpolację)
 - obliczyć iloraz P_w/P_{pA}

Jego wartość jest duża, gdyż składowa $P_w = Q$ jest dużo większa niż siła poprzeczna P_{pA} . Oznacza to, że mamy do czynienia z przypadkiem $P_w/P_{pA} > e$,

- odczytać z tablicy 1 wartości współczynników X i Y lub obliczyć je stosując interpolację,
- obliczyć obciążenie zastępcze łożyska A ze wzoru:

$$P_A = X \cdot P_{pA} + Y \cdot P_{wA}$$

Tablica 1. Współczynniki X i Y dla łożysk tocznych poprzecznych jednorzędowych

$\frac{P_w}{C_o}$	e	Współczynnik obciążeń			
		$P_w/P_p \leq e$		$P_w/P_p > e$	
		X	Y	X	Y
0,014	0,19	1	0	0,56	2,30
0,028	0,22	1	0	0,56	1,99
0,056	0,26	1	0	0,56	1,71
0,084	0,28	1	0	0,56	1,55
0,11	0,30	1	0	0,56	1,45
0,17	0,34	1	0	0,56	1,31
0,28	0,38	1	0	0,56	1,15
0,42	0,42	1	0	0,56	1,04
0,56	0,44	1	0	0,56	1,00

- **Obliczyć trwałość łożyska A w milionach obrotów**

W tym celu korzystamy ze wzoru:

$$L = \left(\frac{C}{P} \right)^p \text{ milionów obrotów ,} \quad (8)$$

gdzie $p = 3$

Należy pamiętać, że nośność i obciążenie powinny być wyrażone w jednakowych jednostkach, najlepiej w daN.

- **Obliczyć liczbę godzin nieprzerwanej pracy łożyska**

$$L_h = \frac{L}{60 \cdot n} \quad (9)$$

Na tej podstawie można oszacować czas pracy ciągłej wyrażony w latach pracy. Wynik większy niż np. 10 lat świadczy o tym, że do łożyskowania nakrętki można by zastosować łożyska kulkowe zwykłe o lżejszej konstrukcji.

2.4. Sprawdzenie poprawności doboru łożyska w warunkach spoczynku ($n_{nut}=0$)

Wymaganą minimalną nośność spoczynkową (statyczną) łożyska oblicza się ze wzoru:

$$C'_o = s_o \cdot P_o \quad (10)$$

w którym: C'_o – wymagana nośność spoczynkowa (statyczna) łożyska w daN,
 P_o – obciążenie zastępcze spoczynkowe (statyczne) w daN,
 s_o - współczynnik bezpieczeństwa obciążenia statycznego

Obciążenie zastępcze spoczynkowe łożysk kulkowych zwykłych oblicza się z zależności:

$$P_o = 0,6P_{po} + 0,5P_{wo} \quad (11)$$

W projektowanym zespole napędu liniowego popychacz będzie, podczas spoczynku, obciążony tylko siłą osiową Q_{max} . Składowa promieniowa obciążenia $P_{po} = 0$, albowiem jeśli nakrętka nie obraca się to siła międzyzębna w przekładni sprzęgającej jest równa zero, $P_n = 0$. Zatem obciążenie spoczynkowe jest przenoszone tylko przez łożysko A, zaś obciążenie zastępcze P_{oA} tego łożyska będzie równe:

$$P_{oA} = 0,5P_{woA} \quad (12)$$

Współczynnik bezpieczeństwa obciążenia statycznego s_o dobieramy z tablicy 2, dla normalnych warunków pracy.

Wartości współczynnika s_o

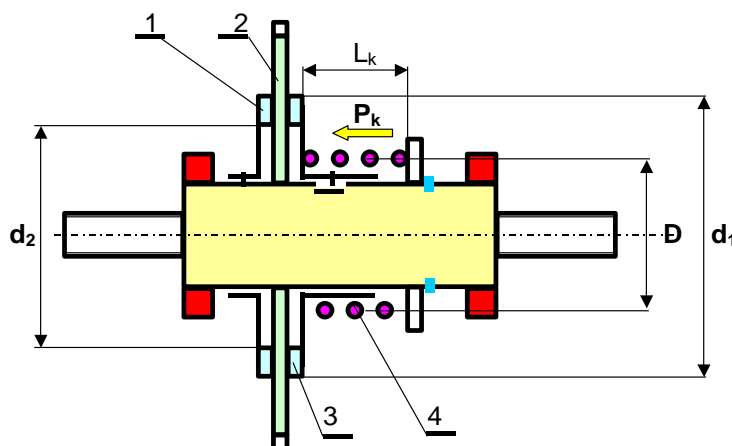
Charakter pracy	Wartość współczynnika s_o	
	Łożyska kulkowe	Łożyska wałeczkowe
spokojna bez drgań i wstrząsów	0.5	1.0
normalne	1.0	1.8
obciążenie udarowe	1.0 ÷ 1.5	1.8 ÷ 2.7
bardzo ciężka praca	2.0	3.5

Nośność spoczynkowa C_o dobranego łożyska A musi być oczywiście większa od, wynikającej z warunków pracy, wymaganej nośności statycznej C'_o :

$$C_{oA} \geq C'_o \quad (13)$$

3. Dobór parametrów sprzężyny sprzęgła

3.1. Schemat sprzęgła ciernego przeciążeniowego



Rys. 6 Schemat ciernego sprzęgła przeciążeniowego

Sprężyno składa się z tarczy nieruchomej 1 oraz przesuwnej 3. Między tymi tarczami znajduje się koło zębate 2 osadzone obrotowo na zewnętrznej średnicy

nakrętki. Koło zębate i tarcza przesuwana dociskane są do nieruchomej tarczy sprzęgła z siłą P_k pochodząca od sprężyny naciskowej 4.

3.2. Moment przenoszony przez sprzęgło

Jest to moment tarcia między tarczami sprzęgła a kołem zębatym. Wartość momentu przenieszonego przez sprzęgło określa zależność:

$$M_t = 0,5 \cdot P_k \cdot \mu \cdot d_{sp} \cdot n_{pt} \quad (14)$$

gdzie: P_k – siła docisku realizowana przez ugiętą sprężynę,

μ – współczynnik tarcia materiału tarczy sprzęgłowej i koła zębatego,

d_{sp} – średnia średnica powierzchni ciernych sprzęgła, $d_{sp} = 0,5(d_1 + d_2)$,

n_{pt} – liczba par powierzchni trących, w tym sprzęgło $n_{pt} = 2$

3.3. Wymagania dotyczące sprężyny sprzęgła

Sprężyna sprzęgła podczas pracy ma długość L_k . Jest to wymiar przyjęty przez konstruktora a w projekcie ZNL powinien zawierać się w przedziale $L_k = (4 \div 8)$ mm. Dłuższa sprężyna zajmowałaby zbyt dużo miejsca.

Siłę docisku tarcz sprzęgłowych, niezbędną do uzyskania momentu sprzęgła równego M_t , otrzymamy po przekształceniu wzoru (14):

$$P_k = \frac{2 \cdot M_t}{\mu \cdot d_{sp} \cdot n_{pt}} \quad (15)$$

Moment M_t przenoszony przez sprzęgło powinien być większy od momentu roboczego nakrętki (czyli momentu niezbędnego do zapewnienia ruchu obrotowego nakrętki M_{nut}) o (30 ÷ 50)% i został on obliczony jako M_{sp} w założeniach konstrukcyjnych.

$$M_t = (1,3 \div 1,5) \cdot M_{nut} \quad (16)$$

Współczynnik tarcia μ materiałów tarczy sprzęgłowej i koła zębatego powinien być dobrany dla najbardziej niekorzystnego przypadku. Taki przypadek zaistnieje wtedy, gdy współczynnik tarcia będzie miał możliwie małą wartość z zalecanego dla danej pary materiałów przedziału. Tak więc np. dla pary stal-mosiądz będzie to $\mu = 0,2$, zaś dla pary stal-stal nawet $\mu = 0,12$.

Średnia średnica powierzchni ciernych d_{sp} powinna być w przedziale 20 ÷ 25 mm a szerokość powierzchni styku tarczy z kołem około 3 ÷ 4 mm.

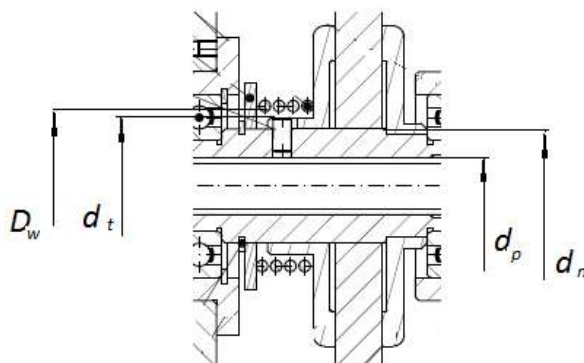
Liczba par powierzchni ciernych $n_{pt} = 2$. Sprzęgło należy tak zaprojektować aby ten warunek był spełniony.

Po obliczeniu siły końcowej P_k oraz przyjęciu długości końcowej sprężyny L_k mamy wartości dwóch parametrów, (P_k, L_k). Pozwalają one na wyznaczenie pozostałych parametrów sprężyny według najczęściej stosowanego algorytmu.

3.4. Algorytm obliczenia sprężyny sprzęgła

- **Dane:**
- siła końcowa (P_k),
- długość końcowa (L_k).
- **Przyjąć wartość średniej średnicy sprężyny D**

Sprężyna musi mieć wystarczająco dużą średnicę wewnętrzną D_w , aby nie zaciskała się na piaście tarczy sprzęgła o średnicy d_t ($D_w > d_t$) jak na rys. 7. Średnica d_t musi być większa od średnicy d_n nakrętki, na której obrotowo osadzone jest koło zębate, o około 3÷4 mm, zaś ta przynajmniej o 6 mm od średnicy gwintu popychacza d_p , czyli $d_n > (d_p + 6)$. Średnia średnica sprężyny $D = D_w + d$, gdzie d - średnica drutu sprężyny. Do szacunkowego określenia średniej średnicy sprężyny D można przyjąć średnicę drutu $d = 1$ mm (rys. 7).



Rys. 7 Schemat do obliczenia średnicy D_w sprężyny sprzęgła

- **Przyjąć wartość współczynnika poprawkowego (Wahla) K**
Należy przyjąć średnią wartość tego współczynnika dla wskaźnika średnicowego sprężyny z przedziału $6 < w < 12$, czyli $K_{sr} = 1,16$
- **Przyjąć wartość dopuszczalnych naprężeń na skręcanie - k_s**
Zaleca się przyjmować dopuszczalne naprężenia skręcające z przedziału

$$\tau_K = k_S = 600 \div 1000 \text{ MPa} \quad (17)$$

- **Wyznaczyć średnicę drutu sprężyny**

$$d' = \sqrt[3]{\frac{8 \cdot P_k \cdot D \cdot K_{sr}}{\pi \cdot k_S}} \quad (18)$$

Otrzymaną wartość należy zaokrąglić w górę do **najbliższej wartości - d** z szeregu znormalizowanych średnic drutu sprężynowego (porównaj tabela średnic).

Znormalizowane średnice drutów sprężynowych [mm]
Wyciąg z PN-EN 10270-1:2004

0,12	0,14	0,16	0,18
0,20	0,22	0,25	0,28
0,30	0,32	0,34	0,36
0,38	0,40	0,43	0,45
0,48	0,50	0,53	0,56
0,60	0,63	0,65	0,70
0,75	0,80	0,85	0,90
0,95	1,00	1,05	1,10
1,20	1,25	1,30	1,40
1,50	1,60	1,70	1,80
1,90	2,00	2,10	2,25
2,40	2,50	2,60	2,80

- **Wyznaczyć rzeczywistą wartość wskaźnika średnicowego w sprężynie**

$$w = \frac{D}{d} \quad (19)$$

Wartość wskaźnika w powinna spełniać warunek $w \leq 12$. Jeśli tak nie jest tzn. że średnica drutu powinna być większa. Zmieniając odpowiednio średnią średnicę sprężęła d_{sp} lub/i naprężenia dopuszczalne k_s należy wyznaczyć taką wartość średnicy d aby warunek (19) był zachowany. Większą wartość współczynnika w można pozostawić tylko za zgodą prowadzącego.

- **Obliczyć liczbę zwojów czynnych - z_c**

$$z_c \leq 0,9 \left(\frac{L_k}{d} - z_n \right) \quad (20)$$

gdzie z_n – liczba zwojów nieczynnych (biernych)

Obliczoną liczbę zwojów czynnych zaokrąglić w dół do 0,5 zwoju.

- **Przyjąć liczbę zwojów nieczynnych (biernych)**

$$z_n = 1,5 \div 2 \quad (21)$$

Zaleca się przyjmować $z_n = 1,5$ dla $d \leq 0,5$ mm oraz $z_n = 2$ dla $d > 0,5$ mm

- **Wyznaczyć całkowitą liczbę zwojów – z**

$$z = z_c + z_n \quad (22)$$

- **Wyznaczyć całkowitą (końcową) strzałkę ugięcia – $f = f_k$ sprężyny**

$$f = f_k = \frac{8 \cdot P_k \cdot z_c \cdot D^3}{G \cdot d^4} \quad (23)$$

gdzie: $G = (8 \div 8,4) \cdot 10^4$ MPa współczynnik sprężystości poprzecznej (moduł Kirchoffa)

- **Wyznaczyć długość L_{bl} sprężyny zblokowanej**

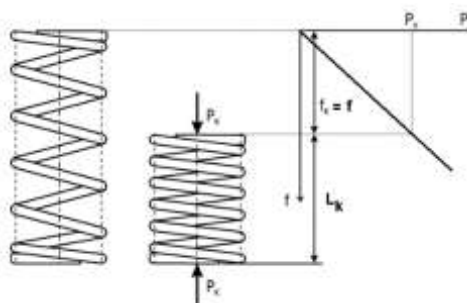
$$L_{bl} = (z + p) \cdot d \quad (24)$$

przy czym p zależy od przyjętego rodzaju zakończenia sprężyny i dla sprężyn o zwojach przyłożonych i szlifowanych $p = - 0,5$.

- **Wyznaczyć długość L_0 swobodnej sprężyny.**

$$L_0 = L_k + f \quad (25)$$

- **Narysować charakterystykę sprężyny**



Rys. 8. Charakterystyka sprężyny naciskowej

4. Przekładnie zębate. Podstawowe obliczenia

4.1. Zarys odniesienia uzębień drobnomodułowych ($m < 1$)

Stosuje się dwa zarysy:

- bez konstrukcyjnego luzu obwodowego ($s = w = 0,5 \cdot \pi \cdot m$) oraz
- z konstrukcyjnym luzem obwodowym ($s = 0,45 \cdot \pi \cdot m$, $w = 0,55 \cdot \pi \cdot m$)

Wspólne parametry obu zarysów to: $y = 1$, $u = 1,4$, $\alpha = 20^\circ$

s – grubość zęba, w – szerokość wrębu, y – współczynnik wysokości głowy,
 u – współczynnik wysokości stopy, α - nominalny kąt zarysu

4.2. Graniczna i minimalna liczba zębów

Graniczna liczba zębów – to najmniejsza liczba zębów jaką można wykonać bez potrzeby stosowania korekcji uzębienia, dla danego zarysu odniesienia.

$$z_g = \frac{2y}{\sin^2 \alpha} \quad (26)$$

gdzie: z_g – graniczna liczba zębów, y – współczynnik wysokości głowy zęba,
 α – kąt zarysu; dla $y = 1$ i $\alpha = 20^\circ$ $z_g = 17$.

Minimalna liczba zębów – najmniejsza liczba zębów jaką można wykonać ze względu na zaostrenie wierzchołka.

$z_{\min} = 8$ (dla zarysu bez luzu obwodowego)

$z_{\min} = 10$ (dla zarysu z luzem obwodowym)

4.3. Korekcja uzębienia i zazębienia

4.3.1. Korekcja technologiczna uzębienia

Jeśli liczba zębów koła $z < 17$, do zlikwidowania podcięcia zębów, konieczne jest podczas obróbki odsunięcie zarysu narzędzia o

$$X = x \cdot m$$

gdzie: x – współczynnik przesunięcia zarysu wyznaczany ze wzoru:

$$x = y \frac{z_g - z}{z_g} \quad (27)$$

Wymiary koła korygowanego:

- średnica podziałowa: $d = m \cdot z$,
- średnica zasadnicza: $d_b = m \cdot z \cdot \cos \alpha$,
- średnica wierzchołków: $d_a = m(z + 2y + 2x)$,
- średnica stóp: $d_f = m(z - 2u + 2x)$

4.3.2. Korekcja zazębienia

4.3.2.1. Korekcja zazębienia typu P-0

Cechą tej korekcji jest zachowanie zerowej (czyli takiej jak w przekładni niekorygowanej) odległości osi.

$$a_0 = 0,5 \cdot m \cdot (z_1 + z_2) \quad (28)$$

Aby ten warunek był możliwy do spełnienia suma liczb zębów współpracujących kół musi być większa lub równa podwojonej granicznej liczbie zębów, czyli

$$z_1 + z_2 \geq 2 z_g \quad (29)$$

Korekcję przeprowadza się tylko wtedy, gdy jedno z kół ma liczbę zębów $z_1 < z_g$. Podczas wykonania kół należy narzędzie odsunąć od mniejszego koła o X oraz dosunąć o taką samą wartość X do większego koła.

Wymiary kół w korygowanej przekładni

$$\begin{aligned} d_1 &= m \cdot z_1 & d_2 &= m \cdot z_2 \\ d_{b1} &= m \cdot z_1 \cdot \cos\alpha & d_{b2} &= m \cdot z_2 \cdot \cos\alpha \\ d_{a1} &= m (z_1 + 2y + 2x) & d_{a2} &= m (z_2 + 2y - 2x) \\ d_{f1} &= m (z_1 - 2u + 2x) & d_{f2} &= m (z_2 - 2u - 2x) \\ a_o &= 0,5 m (z_1 + z_2) \end{aligned}$$

4.3.2.2. Korekcja zazębienia typu P

Korekcja typu P – technologiczna

Jej celem jest zlikwidowanie podcięcia zębów w jednym z kół oraz dobranie odległości osi a_r takiej, przy której luz obwodowy w przekładni nie ulegnie zmianie.

Warunki stosowania korekcji technologicznej typu P:

$$\begin{aligned} z_1 < z_g \quad \text{lub / i} \quad z_2 < z_g \\ \text{oraz} \quad z_1 + z_2 < z_g \end{aligned} \quad (30)$$

Korekcja typu P – konstrukcyjna

Przy danych parametrach kół (z_1, z_2, m) zadana jest odległość osi a_r inna niż a_o , tj. wynikająca z obliczeń dla korekcji P-0 ($a_r \neq a_o$). W takim przypadku należy obliczyć wartości współczynników przesunięcia zarysu x_1 oraz x_2 , a także wymiary kół takie, aby luz obwodowy w przekładni miał normalne wartości (jak w przekładni nekorygowanej) oraz aby nie wystąpiła interferencja zarysów. W obu przypadkach korekcji P należy korzystać z podręczników do Podstaw Konstrukcji Maszyn lub do PKUP.

4.4. Przełożenie przekładni zębatej

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} \quad i = \frac{d_2}{d_1} = \frac{z_2}{z_1} \quad (31)$$

gdzie: $\omega_{1,2}$ – prędkość kątowa s^{-1} , $n_{1,2}$ – prędkość obrotowa min^{-1} ,
 $d_{1,2}$ – średnice podziałowe kół, $z_{1,2}$ – liczba zębów kół

W przekładniach drobnomodułowych $\frac{1}{10} \leq i \leq 10$, zaś w przekładniach napędowych $i \leq 8$.

Przełożenie przekładni wielostopniowej jest iloczynem przełożeń poszczególnych stopni przekładni:

$$i_c = i_1 \cdot i_2 \cdot i_3 \cdot \dots \cdot i_n, \quad (32)$$

gdzie i_i przełożenie jednego stopnia

W przekładniach drobnomodułowych zwykle przyjmujemy rosnący ciąg przełożeń

$$i_1 < i_2 < i_3 < \dots < i_n$$

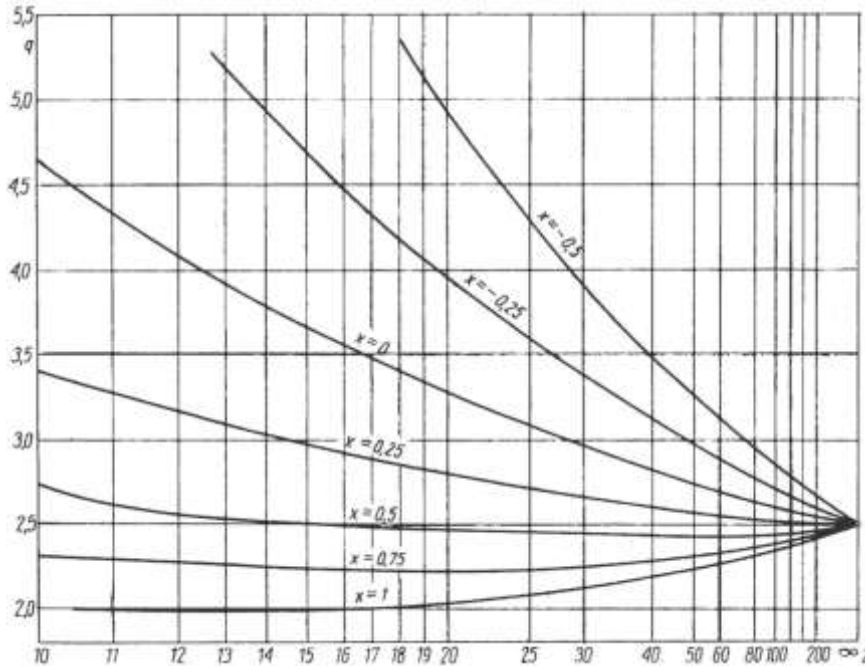
np. przełożenie $i_c = 1000$, można zrealizować stosując następujący rozkład przełożeń cząstkowych: $i_c = 4 \cdot 5 \cdot 6,25 \cdot 8$

4.5. Podstawowe obliczenia wytrzymałościowe kół zębatych [1, 2, 3]

4.5.1. Wstępne obliczenia modułu koła

$$m = 1,26 \cdot \sqrt[3]{\frac{M \cdot q}{\psi \cdot z \cdot k_g}} \quad (33)$$

gdzie: M – moment obciążający dane koło w mNm, $\psi = \frac{b}{m}$, (b – szerokość wieńca zębatego), dla kół drobnomodułowych zalecana jest wartość $\psi = 4 \div 6$, q – współczynnik kształtu zęba (rys. 9), k_g – dopuszczalne naprężenia zginające ($k_g = \frac{Z_{gj}}{2}$) z tablicy 1, z – liczba zębów koła (lub zębniaka).



Rys. 9. Wartości współczynnika kształtu zęba q dla kół o uzębieniu zewnętrznym według [1], z_n – liczba zębów koła lub zębniaka

4.5.2. Sprawdzenie naprężeń zginających u podstawy zęba

Uwaga: jeśli przyjęty moduł uzębienia jest większy od wyliczonej wartości minimalnej nie trzeba wykonywać obliczeń wg tego punktu.

$$\sigma_z = \frac{P \cdot q \cdot q_\varepsilon \cdot K_p \cdot K_d \cdot K_r}{b \cdot m} \leq \frac{Z_{gj} \cdot y_m}{x_z \cdot y_k \cdot y_p} \quad (34)$$

gdzie: $P = \frac{2M}{d}$, $q_\varepsilon = \frac{1}{\varepsilon}$,

ε – wskaźnik zazębienia (można przyjąć $\varepsilon = 1,3-1,4$)

K_p – współczynnik przeciążenia, przyjąć $K_p = 1,5$

K_d – współczynnik nadwyżek dynamicznych, przyjąć $K_d = 1,2$

K_r – współczynnik nierównomiernego rozkładu obciążenia na szerokości zęba, przyjąć $K_r = 1,1$

y_m – współczynnik wysokości zęba, obliczony według wzoru

$$y_m = 0,64 + \frac{2}{\sqrt{b \cdot m}},$$

x_z – współczynnik bezpieczeństwa, $x_z = 1,5 \div 2$

y_p – współczynnik stanu powierzchni, przyjąć $y_p = 1,1$

y_k – współczynnik karbu u podstawy zęba, przyjąć $y_k = 1$.

4.5.3. Sprawdzenie nacisków powierzchniowych (według Hertza)

Uwaga: obliczenie wymagane w projekcie ZNL

Naprężenia ściskające maksymalne wyznacza się ze wzoru:

$$\sigma_{Hmax} = \sqrt{\frac{1,4 \cdot E_1 \cdot E_2}{(E_1 + E_2) \cdot \sin 2\alpha}} \cdot \sqrt{\frac{P_{obl}}{b_2 \cdot d_1} \cdot \left(\frac{1+i}{i}\right)} \leq k_H \quad (35)$$

gdzie: E_1, E_2 – moduł Younga materiałów kół, α – kąt przyporu,

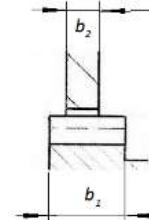
W projekcie ZNL siłę P_{obl} najlepiej wyznaczyć na podstawie znanej wartości momentu obciążenia koła z_2 , bowiem $M_2 = M_{nut}$.

$$P_{obl} = \frac{2M_2}{d_2} \cdot K_p \cdot K_d \cdot K_r \quad (36)$$

d_2 – średnica podziałowa koła o liczbie zębów z_2 ,
 M_2 - moment na kole 2,

W obliczeniu przyjęto jako czynną szerokość styku obu kół wymiar b_2 , tj. szerokość wieńca koła cieńszego (z_2) .

k_H – dopuszczalne naciski powierzchniowe słabszego materiału pary kół (powinien to być materiał koła)
 i – przełożenie; $i = z_2/z_1$,
 z_2 – liczba zębów koła biernego 2,
 b_2 – szerokość wieńca koła z_2



Oznaczając:

$$C_{m\alpha} = \sqrt{\frac{1,4 \cdot E_1 \cdot E_2}{(E_1 + E_2) \cdot \sin 2\alpha}} \quad (37)$$

otrzymamy:

$$\sigma_{Hmax} = C_{m\alpha} \cdot \sqrt{\frac{P_{obl}}{b_2 \cdot d_1} \cdot \left(\frac{1+i}{i}\right)} \leq k_H \quad (38)$$

Jeśli oba koła są wykonane ze stali, czyli $E_1 = E_2 = 2,1 \cdot 10^5$ MPa (stal-stal), to współczynnik $C_{m\alpha}$ ma wartość $C_{m\alpha} = 478,2$.

Natomiast, gdy koło bierne jest wykonane z mosiądzu (rzadziej z brązu) czyli moduły $E_1 = 2,1 \cdot 10^5$ MPa oraz $E_2 = 1,05 \cdot 10^5$ MPa (stal – mosiądz, stal - brąz), to współczynnik $C_{m\alpha}$ ma wartość $C_{m\alpha} = 390,6$

Przedstawione obliczenie nacisków powierzchniowych σ_{Hmax} jest tożsame ze sprawdzeniem poniższej nierówności, otrzymanej po przekształceniu wzoru (38):

$$b_2 \cdot d_1^2 \geq 2 \cdot C_{m\alpha}^2 \cdot \frac{M_{1obl}}{k_H^2} \cdot \left(\frac{1+i}{i}\right) \quad (39)$$

gdzie: M_{1obl} – moment na kole czynnym (osadzonym na wałku motoreduktora),

$$M_{1obl} = 0,5P_{obl} \cdot d_1$$

d_1 – średnica podziałowa koła z_1

W projekcie ZNL obowiązuje obliczenie nacisków Hertza według wzoru (38).

Należy pamiętać, że:

- **maksymalne naprężenia ściskające σ_{Hmax} wyznaczane są dla pary kół** (a nie dla każdego osobno), obliczenie wykonujemy więc jeden raz dla jednej wartości siły P_{obl} ,
- wyliczone we wzorze (35) lub (38) naprężenia σ_{Hmax} muszą być mniejsze od dopuszczalnych nacisków powierzchniowych k_H **słabszego materiału** odczytanych z tablicy 2
- wyliczoną ze wzoru (39) szerokość wieńca b_2 należy traktować jako minimalną, rzeczywista szerokość koła z_2 powinna być większa o $1\div 2$ mm.

4.5.4. Właściwości materiałów, wg [1, 2, 3]

Według literatury [1] wartości dopuszczalnych naprężeń gnących z_{gj} oraz nacisków Hertza k_H przy pracy zmęczeniowej przyjmuje się w następującym zakresie:

- dla stali $z_{gj} = (0,6 \div 0,7)R_m$
- dla stopów miedzi (mosiądze i brązy) $z_{gj} = (0,55 \div 0,65)R_m$
- dopuszczalne naciski Hertza $k_H \leq 0,75R_e$

R_e – granica plastyczności materiału, R_m – granica wytrzymałości na rozciąganie materiału

Tablica 2 [według 2, 3]

Oznaczenie materiału		R_m w MPa		z_{gj} MPa	k_H MPa
nowe	stare	bez obróbki cieplnej	po ulepszeniu		
10S20	A11	460-780	-	330-450	240-400
35S20	A35	580-880	-	-	300-460
C35	35	440-680	640-930	260-650	230-450
C45	45	440-680	690-1030	260-700	230-540
C55	55	440-730	730-1080	260-750	230-560
	60G	440-730	730-1130	270-790	230-590
CW508L	M63	300-600	-	165-390	120-250
CW617N	M58	350-600	-	190-390	180-300
CW450K	B4	-	-	180-400	125-280
CW456K	B443	550-650	-	300-420	220-260

5. Literatura

1. Müller L.: Przekładnie zębate. Obliczenia wytrzymałościowe. WNT, Warszawa, 1972
2. Ochęduszek K.: Koła zębate. Konstrukcja. WNT, Warszawa 1974
3. Oleksiuk W. red.: Konstrukcja przyrządów i urządzeń precyzyjnych. WNT, Warszawa 1996