

Podstawy Konstrukcji Urządzeń Precyzyjnych

Materiały pomocnicze do ćwiczeń
projektowych – część 1

Moduł stolika liniowego

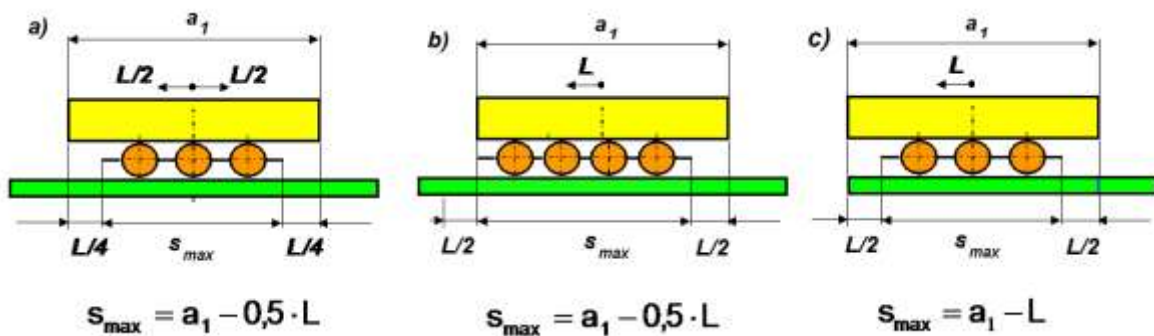
Preskrypt opracował:
dr inż. Wiesław Mościcki

Warszawa 2016

Materiały zawierają informacje niezbędne do wykonania wstępnych obliczeń konstrukcyjnych do projektu stolika liniowego w następującym zakresie:

- wyznaczenie maksymalnej długości separatora elementów toczych,
- wyznaczenie liczby i średnicy elementów toczych ze względów geometrycznych,
- analiza obciążeń elementów toczych prowadnicy
- wyznaczenie maksymalnej siły dociskającej pojedynczy element toczy do bieżni prowadnicy, wyznaczenie nacisków Hertza, dobór materiału na prowadnice,
- ostateczne przyjęcie średnicy i liczby elementów toczych (z uwzględnieniem kryterium geometrycznego i wytrzymałościowego),
- sformułowanie wymagań dotyczących elementów sprężynujących,
- omówienie algorytmów obliczeń sprężyn naciskowych i naciągowych.
- dobór materiału na elementy sprężynujące

1. Wyznaczenie maksymalnej długości separatora s_{max}



a_1 – długość karetki (ruchomej prowadnicy, zwykle $a_1 = a$),
 L – zakres ruchu liniowego stolika,
 s_{max} – maksymalna długość separatora elementów toczych

W skrajnych położeniach karetki separator nie może wykraczać poza krawędzie wyznaczone wymiarem a_1 . Jego maksymalna długość s_{max} , zależna od sposobu ruchu karetki względem położenia początkowego (ruch symetryczny lub niesymetryczny), jest wtedy równa:

$$s_{max} = a_1 - 0,5 \cdot L \quad \text{lub} \quad (1a)$$

$$s_{max} = a_1 - L \quad (1b)$$

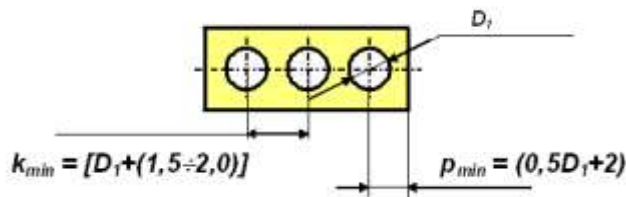
Rzeczywista długość separatora „s” powinna być możliwie bliska długości maksymalnej „ s_{max} ” lecz nie większa od niej, tj.

$$\mathbf{s \leq s_{max}} \quad (2)$$

W prowadnicy pryzmatycznej (elementami tocznymi są kulki) student sam określa długość separatora, zaś przy prowadzeniu typu „jaskółczy ogon” dobierany jest gotowy (katalogowy) separator razem z elementami tocznymi w postaci wałeczków. W obu przypadkach **rzeczywista długość separatora s powinna być możliwie bliska długości maksymalnej.**

2. Wyznaczenie liczby elementów toczyńnych

a) Prowadnica pryzmatyczna



k_{min} – minimalna odległość osi sąsiednich otworów,

p_{min} – minimalna odległość osi otworu od krawędzi separatora,

D_1 – średnica otworu w separatorze, przyjąć $D_1 > d_k + (0,3-0,5)$

Jeśli rzeczywiste odległości między osiami sąsiednich kulek równe są k a od krawędzi separatora p , to liczbę kulek n_k , która zmieści się w separatorze o długości s , można wyznaczyć z równania:

$$s = (n_k - 1)k + 2p \quad (3)$$

Wymiary k oraz p są uzależnione od średnicy kulek d_k , np. można przyjąć, że są one równe: $k = d_k + 2$ oraz $p = 0,5d_k + 2$. Wtedy równanie (3) przyjmie postać:

$$S = (n_k - 1) \cdot (d_k + 2) + 2 \cdot (0,5d_k + 2) \quad (4)$$

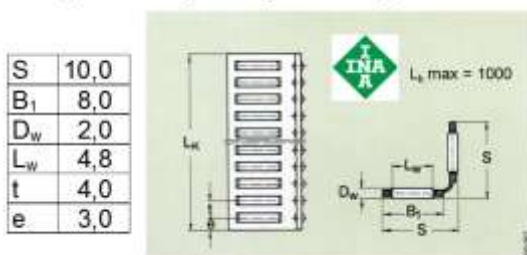
Z równania (4) należy wyznaczyć liczbę kulek o średnicach np. $d_k = 2,0; 3,0; 4,0$ i $5,0$ mm, które odpowiednio rozstawione zmieszczą się w separatorze o długości s .

Zazwyczaj wynik nie jest liczbą całkowitą, więc zaokrąglamy go w dół do najbliższej liczby całkowitej.

Po ostatecznym ustaleniu średnicy i liczby kulek (również ze względu na naciski Hertza) należy obliczyć rzeczywistą długość separatora lub tak powiększyć wymiary k i p aby długość ta była równa maksymalnej.

b) Prowadnica typu „jaskółczy ogon”

Kątowe koszyki łożyskowe typu HW 10



W tym przypadku stosujemy zespół handlowy w postaci koszyczka HW 10, np. firm INA, Rollico, itp. Wszystkie wymiary są podane na rysunku. Do ustalenia liczby wałeczków n_w należy wykorzystać zależność:

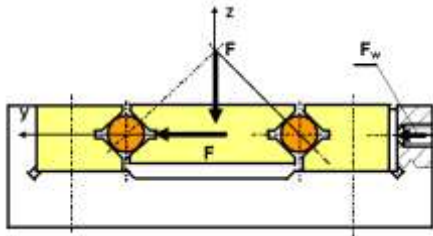
$$L_k = (n_w - 1) \cdot t + 2e \quad (5)$$

przyjmując $L_k = s_{max}$. Po przyjęciu liczby wałeczków ponownie wykorzystujemy wzór (5) do wyznaczenia rzeczywistej długości separatora (koszyczka).

3. Analiza obciążeń elementów toczych przewodnicy

Celem analizy jest wyznaczenie wartości maksymalnej siły F_{jmax} dociskającej pojedynczy element toczy do przewodnicy. Wartość siły jest niezbędna zarówno do wyznaczenia nacisków Hertza jak też do dobrania materiału na przewodnice.

a) Przewodnica pryzmatyczna



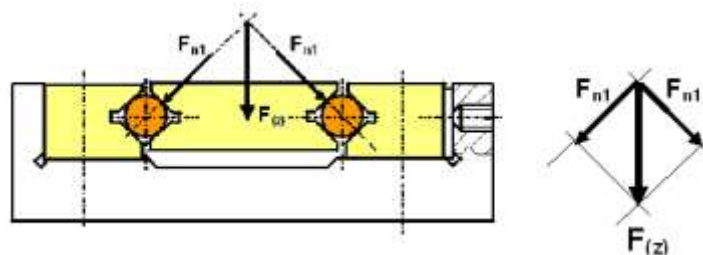
- $F_{(z)}$ - obciążenie prostopadłe do płaszczyzny ruchu stolika, $F_{(z)} = F$;
- $F_{(y)}$ - obciążenie w płaszczyźnie środkowej stolika, prostopadłe do kierunku ruchu, $F_{(y)} = F$;
- F_w - siła napięcia wstępnego w przewodnicy, $F_w = k \cdot F$, przy czym $k = (0,4 \div 0,5)$

Siła F_w obciąża elementy tocze zawsze. Jest ona efektem wprowadzenia w przewodnicy napięcia początkowego, które kasuje luz i zwiększa dokładność pozycjonowania przewodnicy. Umieszczenie tej siły i kierunek jej działania jest taki jak w powszechnie stosowanych sposobach kasowania luzu w przewodnicy liniowej. Kierunek i wartość obciążenia siłą F są zgodne z wymaganiami sformułowanymi w temacie projektu. Oczywiście siła F w danej chwili działa tylko w jednym z kierunków (x) lub (y). Obciążenie każdą z sił: $F_{(z)}$, $F_{(y)}$, F_w wywołuje w przewodnicy siły tarcia a te dają w efekcie opory ruchu. Siły tarcia od poszczególnych sił oznaczymy odpowiednio:

- T_1 - siła tarcia od obciążenia siłą $F_{(z)}$,
- T_2 - siła tarcia od obciążenia siłą $F_{(y)}$,
- T_w - siła tarcia od napięcia wstępnego F_w

Wpływ każdej z sił: $F_{(z)}$, $F_{(y)}$, F_w na obciążenie i opory ruchu w układzie przewodzenia zostanie rozpatrzony oddzielnie a następnie zgodnie z zasadą superpozycji skutki oddziaływania sił zostaną odpowiednio zsumowane.

Obciążenie siłą $F_{(z)}$ prostopadłą do płaszczyzny ruchu stolika



Działanie siły $F_{(z)}$ ujawnia się w postaci dwóch identycznych składowych (układ jest symetryczny) F_{n1} . Siły F_{n1} są prostopadłe do stykających się i dociskanych do elementów toczych powierzchni przewodnicy stałej i ruchomej:

$$F_{n1} = \frac{F_{(z)}}{\sqrt{2}} = \frac{F\sqrt{2}}{2} \quad (6)$$

Każda z sił F_{n1} naciska na elementy toczne znajdujące się po jednej stronie prowadnicy a więc w jednym separatorze. Skutkiem tego nacisku jest siła tarcia T_1 , którą, dla oddziaływania jednej składowej F_{n1} , można obliczyć ze wzoru:

$$T_1 = \mu_{obl} \cdot F_{n1} \quad (7)$$

Siła ta została obliczona analogicznie jak w łożysku tocznym tj. z wykorzystaniem obliczeniowego współczynnika tarcia μ_{obl} . Mamy tutaj bowiem do czynienia z dwiema bieżniami (płaszczyznami) między którymi przetaczają się, dociskane do tych bieżni, elementy toczne w postaci kulek. Druga para bieżni (płaszczyzn), usytuowana prostopadłe do poprzedniej, styka się z elementami tocznymi ale nie naciska na nie. Przyjmujemy, że siła tarcia występuje tylko między elementami dociskanymi.

Wartość obliczeniowego współczynnika tarcia - μ_{obl} w katalogu łożysk tocznych [1] dla łożyska kulkowego poprzecznego zwykłego jest równa, $\mu_{obl} = (0,0015 \div 0,002)$.

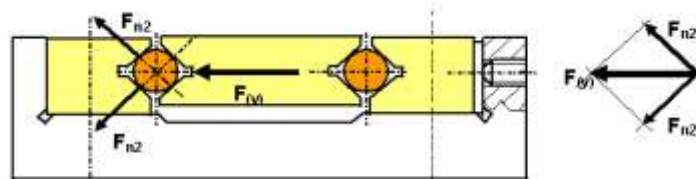
W obliczeniach przyjmujemy jednak wartość większą - $\mu_{obl} = 0,01$. W projekcie MSL prowadnice nie stanowią z koszyczkami fabrycznie montowanego zespołu, dlatego należy spodziewać się większych oporów ruchu.

Opory ruchu $T_{(z)}$ całej prowadnicy zbudowanej według schematu, a więc zawierającej dwa separatory i dwa rzędy kulek identycznie obciążonych, pochodzące od działania siły $F_{(z)}$ będą dwukrotnie większe niż po jednej stronie prowadnicy:

$$T_{(z)} = 2 \cdot T_1 \quad (8)$$

Obciążenie siłą $F_{(y)}$ działająca w płaszczyźnie ruchu i prostopadłą do kierunku ruchu stolika

W tym przypadku całe obciążenie przenoszą kulki znajdujące się po jednej stronie prowadnicy (w jednym separatorze), zaś druga część prowadnicy jest nieobciążona. Przy takim założeniu działanie siły $F_{(y)}$ ujawnia się w postaci dwóch identycznych składowych F_{n2} . Siły F_{n2} są prostopadłe do stykających się i dociskanych do elementów tocznych powierzchni prowadnicy stałej i ruchomej. Rozkład sił jest obrócony o 90° wobec rozkładu dla siły $F_{(z)}$:



Gdy zwrot siły $F_{(y)}$ będzie przeciwny obciążone będą kulki znajdujące się w separatorze po prawej stronie prowadnicy.

$$F_{n2} = \frac{F_{(y)}}{\sqrt{2}} = \frac{F\sqrt{2}}{2} \quad (9)$$

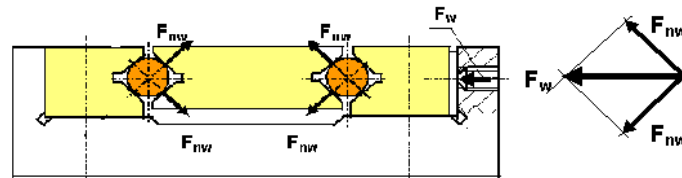
Opory ruchu powstają w tej części prowadnicy, która przenosi obciążenie. Siła tarcia T_2 od obciążenia jedną siłą F_{n2} jest równa:

$$T_2 = \mu_{obl} \cdot F_{n2} \quad (10)$$

Część przewodnicy przenosząca obciążenie zawiera dwie pary płaszczyzn dociskanych do elementów tocnych z siłą F_{n2} . Dlatego opory ruchu $T_{(y)}$ całej przewodnicy pochodzące od działania siły $F_{(y)}$ będą dwukrotnie większe niż siła T_2 :

$$T_{(y)} = 2 \cdot T_2 \quad (11)$$

Obciążenie siłą napięcia wstępnego - $F_{(w)}$



Siła F_w działa w tej samej płaszczyźnie co siła $F_{(y)}$ jednak obciąża obie przewodnice, co oznacza że elementy tocne są dociskane przez cztery pary płaszczyzn. Składowa F_{nw} normalna do powierzchni (płaszczyzny) jest równa:

$$F_{nw} = \frac{F_{(w)}}{\sqrt{2}} = \frac{F_{(w)} \sqrt{2}}{2} \quad (12)$$

Siła tarcia T_3 dla jednej pary płaszczyzn dociskanych do elementów tocnych, a więc od obciążenia jedną siłą F_{nw} , jest równa:

$$T_3 = \mu_{obl} \cdot F_{nw} \quad (13)$$

Całkowite opory ruchu układu prowadzenia spowodowane napięciem wstępnym są czterokrotnie większe:

$$T_w = 4 \cdot T_3 \quad (14)$$

Całkowite opory ruchu przewodnicy pryzmatycznej

Siła F działa w danej chwili tylko w jednym z kierunków: wzdłuż osi „z” albo wzdłuż osi „y”, natomiast napięcie wstępne występuje cały czas, również wtedy gdy siła obciążająca $F = 0$.

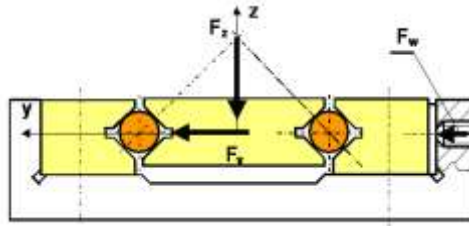
Całkowite opory ruchu T_c układu prowadzenia pryzmatycznego, zbudowanego według omawianego schematu, są zatem sumą oporów wywołanych przez:

- napięcie wstępne z siłą F_w oraz
- obciążenie siłą $F_{(z)}$ lub $F_{(y)}$.

Całkowita siła oporów ruchu T_c w przewodnicy pryzmatycznej jest zatem równa:

$$T_c = T_{(z,y)} + T_w \quad (15)$$

Maksymalna siła $F_{\Sigma max}$ działająca na rząd n kulek po jednej stronie prowadnicy pryzmatycznej



W danej chwili prowadnice są obciążone tylko jednym z układów: siłą $F_{(w)}$ i $F_{(z)}$ albo siłą $F_{(w)}$ oraz $F_{(y)}$.

Siły $F_{(z)}$ i $F_{(y)}$ są sobie równe, więc **maksymalna siła działająca na rząd n kulek po jednej stronie prowadnicy – $F_{\Sigma max}$** , to:

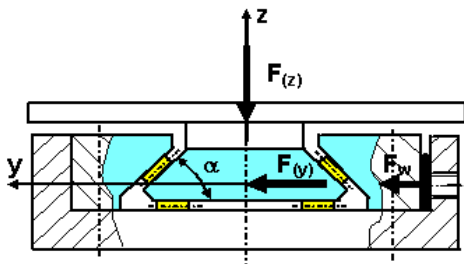
$$F_{\Sigma max} = F_{n1} + F_{nw} \quad (16)$$

Maksymalna siła docisku - F_{jmax} pojedynczej kulki do płaszczyzny prowadnicy

Po jednej stronie prowadnicy, a więc w jednym separatorze, znajduje się n kulek na które działa siła $F_{\Sigma max}$. Zatem maksymalna siła F_{jmax} docisku pojedynczej kulki do płaszczyzny prowadnicy jest równa:

$$F_{jmax} = \frac{F_{\Sigma max}}{n} \quad (17)$$

b) Prowadnica typu „jaskółczy ogon”



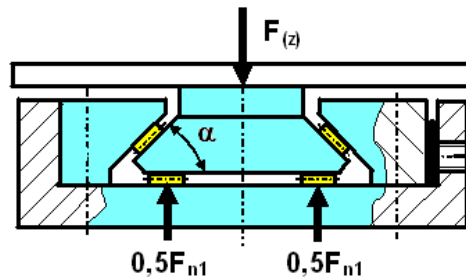
- $F_{(z)}$ - obciążenie prostopadłe do płaszczyzny ruchu stolika, $F_{(z)} = F$;
- $F_{(y)}$ - obciążenie w płaszczyźnie środkowej stolika, prostopadłe do kierunku ruchu, $F_{(y)} = F$;
- F_w - siła napięcia wstępного w prowadnicy, $F_w = k \cdot F$, przy czym $k = (0,4 \div 0,5)$
- α - kąt ostry prowadnicy, $\alpha = 45^\circ - 60^\circ$, zalecany: $\alpha = 55^\circ$

Budowa tej prowadnicy jest podobna do budowy prowadnicy pryzmatycznej. Tak więc siła F_w obciąża elementy toczne zawsze. Jest ona efektem wprowadzenia w prowadnicę napięcia początkowego, które kasuje luz i zwiększa dokładność pozycjonowania prowadnicy. Umieszczenie tej siły i kierunek jej działania jest taki jak w przyjętym rozwiązaniu. Nie jest to jedyna możliwość, ale w realizowanym projekcie zalecana. Kierunek i wartość obciążenia siłą F są zgodne z wymaganiami sformułowanymi w temacie projektu. Podobnie jak w prowadnicy pryzmatycznej siła F w danej chwili działa tylko w jednym z kierunków (z) lub (y). Obciążenie każdą z sił: $F_{(z)}$, $F_{(y)}$, F_w wywołuje w prowadnicy siły tarcia a te dają w efekcie opory ruchu. Siły tarcia od poszczególnych sił oznaczymy odpowiednio:

- T_1 - siła tarcia od obciążenia siłą $F_{(z)}$,
- T_2 - siła tarcia od obciążenia siłą $F_{(y)}$,
- T_w - siła tarcia od napięcia wstępnego F_w

Wpływ każdej z sił: $F_{(z)}$, $F_{(y)}$, F_w na obciążenie i opory ruchu w układzie prowadzenia zostanie rozpatrzony oddzielnie a następnie zgodnie z zasadą superpozycji skutki oddziaływania sił zostaną odpowiednio zsumowane.

Obciążenie siłą $F_{(z)}$ prostopadłą do płaszczyzny ruchu stolika



Działanie siły $F_{(z)}$ powoduje nacisk karetki na wałeczki będące w płaszczyźnie ruchu (poziomo), one więc przenoszą całe obciążenie. Wałeczki usytuowane ukośnie nie są obciążone, siła ich docisku do prowadnic jest równa zero. Każda ze składowych reakcji F_n , prostopadła do osi elementów tocznych (wałeczków) oraz do stykających się z nimi powierzchni prowadnicy stałej i ruchomej, przenosi połowę całego obciążenia $F_{(z)}$. Wypadkowa reakcja F_{n1} jest równa sile $F_{(z)}$:

$$F_{n1} = F_{(z)} \quad (18)$$

Każda z sił $0,5F_{n1}$ naciska elementy toczne znajdujące się po jednej stronie prowadnicy a więc w jednym separatorze. Skutkiem tego nacisku jest siła tarcia $0,5T_1$. Całkowitą siłą tarcia można obliczyć ze wzoru:

$$T_1 = \mu_{obl} \cdot F_{n1} \quad (19)$$

gdzie: μ_{obl} – obliczeniowy współczynnik tarcia dla łożyska tocznego walcowego

Siła tarcia T_1 została obliczona analogicznie jak w prowadnicy pryzmatycznej, a więc przez porównanie z oporami tarcia łożyska tocznego tym razem walcowego. Według katalogu łożysk tocznych dla łożyska walcowego $\mu_{obl} = 0,0015 \div 0,0030$. Tak jak w prowadnicy pryzmatycznej w obliczeniach zaleca się przyjąć większą niż katalogowa, wartość współczynnika tarcia μ_{obl} a mianowicie $\mu_{obl} = 0,01$.

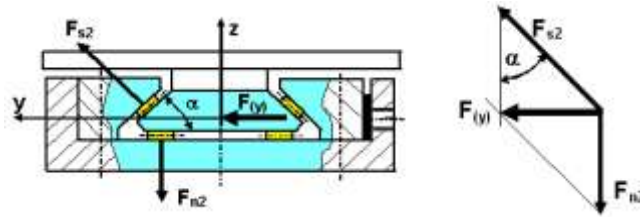
Wyliczona w ten sposób siła tarcia określa całkowite opory ruchu w prowadnicy wywołane obciążeniem $F_{(z)}$.

$$T_{(z)} = T_1 \quad (20)$$

Obciążenie siłą $F_{(y)}$ działającą w płaszczyźnie ruchu i prostopadłą do kierunku ruchu stolika

W tym przypadku całe obciążenie przenoszą wałeczki znajdujące się po jednej stronie prowadnicy (w jednym separatorze), zaś druga część prowadnicy jest nieobciążona. Działanie siły $F_{(y)}$ ujawnia się w postaci dwóch składowych: F_{n2} – prostopadłej do płaszczyzny ruchu oraz F_{s2} – prostopadłej do pochylonej pod kątem

α bieżni przewodnicy. Z rozkładu sił wynika, że składowa F_{s2} ma większą wartość niż składowa F_{n2} .



Składowe F_{n2} i F_{s2} można wyznaczyć z zależności geometrycznych:

$$F_{n2} = \frac{F(y)}{\operatorname{tg}\alpha} \quad F_{s2} = \frac{F(y)}{\sin \alpha} \quad (21)$$

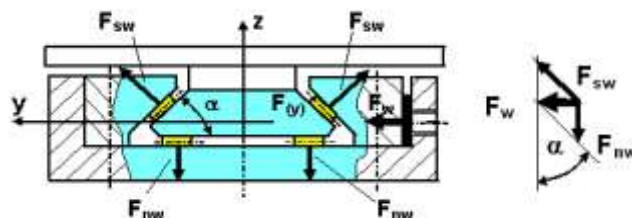
Siła tarcia T_2 jest sumą sił tarcia pochodzących od składowych F_{s2} i F_{n2} wyznaczonych identycznie jak w poprzednich przypadkach. Zatem siłę tarcia T_2 można wyznaczyć z zależności:

$$T_2 = \mu_{obl} \cdot (F_{n2} + F_{s2}) \quad (22)$$

Wyliczona w ten sposób siła tarcia określa całkowite opory ruchu w przewodnicy wywołane obciążeniem $F(y)$.

$$T(y) = T_2 \quad (23)$$

Obciążenie siłą napięcia wstępnego - F_w



Siła F_w działa w tej samej płaszczyźnie co siła $F(y)$ jednak obciąża obie przewodnice (tj. znajdującą się po lewej i po prawej stronie). Oznacza to, że wszystkie elementy toczne są dociskane (przez cztery pary płaszczyzn) i przenoszą obciążenie odpowiednio F_{nw} lub F_{sw} opisanymi wzorami:

$$F_{nw} = \frac{F(w)}{\operatorname{tg}\alpha} \quad F_{sw} = \frac{F(w)}{\sin \alpha} \quad (24)$$

Siła tarcia T_3 po jednej stronie przewodnicy jest równa sumie oporów wywołanych dociskiem siłami F_{nw} i F_{sw} , wałeczków toczących się między płaszczyznami przewodnic:

$$T_3 = \mu_{obl} \cdot (F_{nw} + F_{sw}) \quad (25)$$

Całkowite opory ruchu T_w w przewodnicy, wywołane napięciem wstępnym, są dwa razy większe gdyż występują po obu stronach układu prowadzenia i są równe:

$$T_w = 2 \cdot T_3 \quad (26)$$

Całkowite opory ruchu przewodnicy typu „jaskółczy ogon”

Siła F działa w danej chwili tylko w jednym z kierunków: wzdłuż osi „z” albo wzdłuż osi „y”, natomiast napięcie wstępne występuje cały czas, również wtedy gdy siła obciążająca $F = 0$.

Całkowite opory ruchu T_c układu prowadzenia typu „jaskółczy ogon”, zbudowanego według omawianego schematu, są zatem sumą oporów wywołanych przez:

- napięcie wstępne z siłą F_w oraz
- obciążenie siłą $F_{(z)}$ lub $F_{(y)}$.

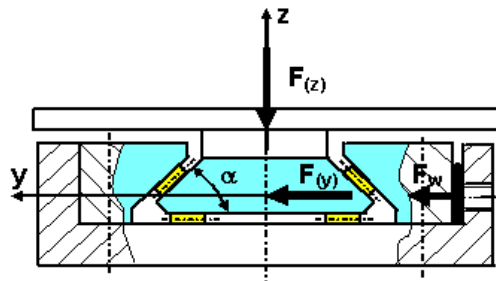
Opory ruchu $T_{(z)}$ – od obciążenia siłą F działającą wzdłuż osi „z” są mniejsze niż opory $T_{(y)}$ – od takiego samego obciążenia F działającego wzdłuż osi „y”.

Maksymalne opory ruchu T_c przewodnicy będą zatem sumą oporów wywołanych przez obciążenie siłą $F_{(y)}$ oraz napięcie wstępne z siłą F_w .

Całkowita siła oporów ruchu T_c w przewodnicy typu „jaskółczy ogon” jest równa:

$$T_c = T_{(y)} + T_w \quad (27)$$

Maksymalna siła $F_{\Sigma max}$ działająca na rząd n wałeczków znajdujących się między dwiema płaszczyznami przewodnicy typu „jaskółczy ogon”



W danej chwili przewodnice są obciążone jednym z układów: siłami $F_{(w)}$ i $F_{(z)}$ albo siłami $F_{(w)}$ oraz $F_{(y)}$. Składowe z indeksem „s” – a więc F_{s2} i F_{sw} – mają większe wartości niż odpowiednie składowe z indeksem „n” – F_{n2} i F_{nw}

Maksymalna siła $F_{\Sigma max}$ działająca na rząd n wałeczków znajdujących się między dwiema powierzchniami przewodnicy, to:

$$F_{\Sigma max} = F_{s2} + F_{sw} \quad (28)$$

Maksymalna siła docisku - F_{imax} pojedynczego wałeczka do płaszczyzny przewodnicy

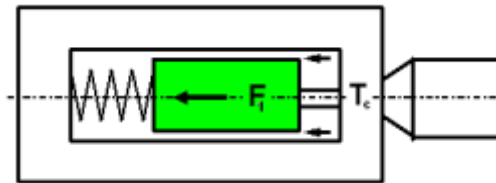
W jednym segmencie separatora, między dwiema płaszczyznami przewodnic, znajduje się n wałeczków na które działa siła $F_{\Sigma max}$. Zatem maksymalną siłę F_{imax} docisku pojedynczego wałeczka do płaszczyzny przewodnicy oblicza się tak jak dla kulki, ze wzoru (17).

$$F_{j\max} = \frac{F_{\Sigma\max}}{n}$$

4. Wymagania dotyczące sprężyny powrotnej

Zadaniem sprężyny powrotnej jest zapewnienie styku między karetką a trzpieniem mikrometrycznej głowicy napędowej w warunkach pracy wynikających z zadanego tematu.

Siła P_{\min} , którą musi pokonać sprężyna powrotna, to suma zadanego, w wymaganiach technicznych, obciążenia F_1 oraz całkowitych oporów ruchu T_c prowadnicy:



$$P_{\min} = F_1 + T_c \quad (29)$$

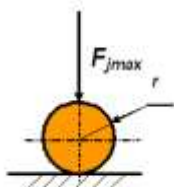
Ze względu na pewność działania najmniejsza siła realizowana przez sprężynę w obszarze ruchu roboczego, tj. siła początkowa sprężyny P_p powinna być większa od siły P_{\min} przynajmniej o 50%. Zatem podstawowe wymagania, niezbędne do poprawnego zaprojektowania sprężyny powrotnej, są następujące:

Siła początkowa sprężyny:	$P_p \geq 1,5 \cdot P_{\min}$,
Siła końcowa sprężyny:	$P_k = (1,3 \div 2) \cdot P_p$
Robocza strzałka ugięcia:	$f_r = L$

Najkorzystniej byłoby gdyby siła P_k , na końcu skoku roboczego, jak najmniej różniła się od siły P_p . W przypadku sprężyn śrubowych walcowych, jakie stosujemy w projekcie, ta różnica może wynosić od 30 nawet do 100%. Im będzie mniejsza tym korzystniej, gdyż oznacza to, że w takim właśnie zakresie będzie się zmieniał docisk między trzpieniem głowicy mikrometrycznej a karetką.

5. Naciski powierzchniowe według wzorów Hertza

- dla prowadnicy pryzmatycznej



$$p_{H\max} = 0,578 \cdot \sqrt[3]{\frac{F_{j\max}}{r^2 \cdot \left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right)^2}}$$

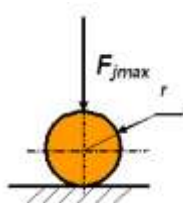
(30)

- $F_{j\max}$ - siła docisku pojedynczej kulki, prostopadła do powierzchni prowadnicy, wyrażona w N,
 r - promień kulki, w mm,
 ν_1, ν_2 - liczba Poissona, dla stali $\nu_1 = \nu_2 = 0,3$
 E_1, E_2 - moduł sprężystości wzdłużnej materiału prowadnicy i kulki, dla stalowej kulki i stalowej prowadnicy: $E_1 = E_2 = 2,1 \cdot 10^5$ MPa

Wyniki obliczeń prowadnicy pryzmatycznej umieszczamy w tabelce.

d_k	n_k	s	$F_{\Sigma\max}$	$F_{j\max}$	$P_{H\max}$
2					
3					
4					
5					
6					

- dla prowadnicy typu „jaskółczy ogon”



$$P_{H\max} = 0,564 \cdot \sqrt{\frac{F_{j\max}}{r \cdot l \cdot \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right)}}$$

(31)

$F_{j\max}$ - siła docisku pojedynczego waleczka, prostopadła do powierzchni prowadnicy, wyrażona w N,
 r - promień waleczka, w mm,
 l - długość waleczka w mm,

Pozostałe oznaczenia jak we wzorze (30).

6. Materiały zalecane na prowadnice

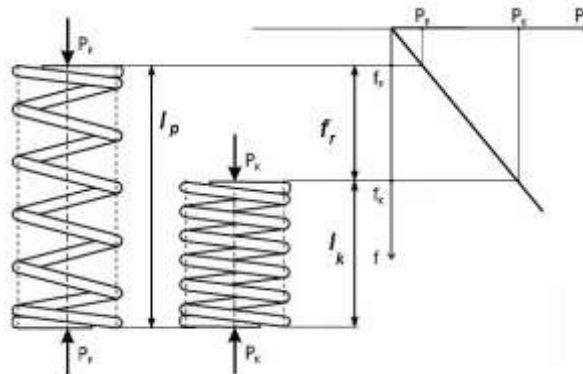
Materiały na prowadnicę nieruchomą oraz karetkę (prowadnica ruchoma) powinny być dobierane według kryterium wytrzymałościowego, czyli w zależności od otrzymanej wartości nacisków Hertza. Zaleca się stosowanie stali konstrukcyjnych według poniższej zasady:

Wartość nacisków Hertza w MPa	Materiał nie gorszy niż zalecany
$P_{H\max} \leq 1500$ MPa	stal niestopowa np. C55 (55) ulepszana cieplnie do twardości około 52 HRC
1500 MPa < $P_{H\max} \leq 2000$ MPa	stal stopowa narzędziowa np. NC11E, ulepszana cieplnie do twardości około 55 ÷ 58 HRC
$P_{H\max} > 2000$ MPa	stal łożyskowa np. 100Cr6 (ŁH15), ulepszana cieplnie do twardości około 60 ÷ 62 HRC

Elementy toczne (kulki, waleczki, igielki) wykonywane są ze stali łożyskowej 100Cr6 (ŁH15). Jeśli prowadnica jest własnej konstrukcji elementy te należy dobierać z katalogów łożysk tocznych (jak w prowadnicy pryzmatycznej). Gdy stosujemy gotowe zespoły w postaci elementów tocznych umieszczonych w separatorze (jak w prowadnicy typu „jaskółczy ogon”) należy korzystać z katalogów prowadnic liniowych.

7. Algorytmy obliczania sprężyn

- Sprężyna naciskowa



Sprężyna naciskowa oraz jej charakterystyka: siła P w funkcji ugięcia f

Dane:

◆ siła początkowa (P_p), ◆ siła końcowa (P_k), ◆ strzałka robocza (f_r)

1. Wyznaczenie ugięcia końcowego

$$f_k = \frac{f_r \cdot P_k}{P_k - P_p} \quad (32)$$

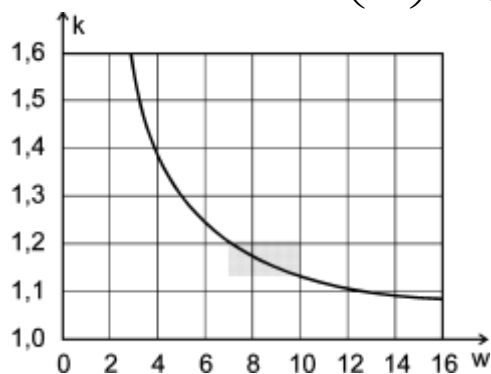
2. Przyjęcie wartości wskaźnika średnicowego (w) sprężyny

$$w = \frac{D}{d} \quad (33)$$

Zalecane jest przyjęcie wartości wskaźnika z przedziału $7 \leq w \leq 10$

3. Wyznaczenie wartości współczynnika poprawkowego (k) sprężyny

$$k = 1 + \frac{5}{4} \left(\frac{1}{w} \right) + \frac{7}{8} \left(\frac{1}{w} \right)^2 + \left(\frac{1}{w} \right)^3 \quad (34)$$



Wykres zależności współczynnika (k) od wskaźnika sprężyny (w)

4. Przyjęcie dopuszczalnej wartości naprężeń stycznych (τ_k)

$$\tau_k \leq k_s \quad (35)$$

k_s – dopuszczalne naprężenia styczne (skręcanie)

Zalecane jest przyjęcie $\tau_k = k_s = 600 \div 1000 \text{ MPa}$

5. Wyznaczenie średnicy drutu (d)

$$d' = \sqrt{\frac{8 \cdot P_k \cdot w \cdot k}{\pi \cdot \tau_k}} \quad (36)$$

Otrzymaną wartość (d') zaokrąglamy w górę do najbliższej wartości (d) z szeregu znormalizowanych średnic drutu sprężynowego

0,12	0,14	0,16	0,18
0,20	0,22	0,25	0,28
0,30	0,32	0,34	0,36
0,38	0,40	0,43	0,45
0,48	0,50	0,53	0,56
0,60	0,63	0,65	0,70
0,75	0,80	0,85	0,90
0,95	1,00	1,05	1,10
1,20	1,25	1,30	1,40
1,50	1,60	1,70	1,80
1,90	2,00	2,10	2,25
2,40	2,50	2,60	2,80

Znormalizowane średnice drutów sprężynowych [mm], wyciąg z normy PN-EN 10270-1:2004

6. Wyznaczenie średniej średnicy sprężyny (D)

$$D = w \cdot d \quad (37)$$

7. Wyznaczenie liczby zwojów czynnych (z_c)

$$z_c = \frac{G \cdot d \cdot f_k}{8 \cdot P_k \cdot w^3} \quad (38)$$

Moduł sprężystości poprzecznej G materiałów stalowego drutu sprężynowego
 $G = 8 \cdot 10^4 \text{ MPa}$

8. Przyjęcie liczby zwojów nieczynnych (z_n)

$$z_n = 1,5 \div 2 \quad (39)$$

Zalecane jest przyjęcie $z_n = 1,5$ gdy $d < 0,5 \text{ mm}$, zaś $z_n = 2$ jeśli $d \geq 0,5 \text{ mm}$.

9. Wyznaczenie całkowitej liczby zwojów (z)

$$Z = z_c + z_n \quad (40)$$

10. Wyznaczenie prześwitu międzyzwojowego (Σa_{min})

$$\sum a_{\min} = \left(0,0015 \frac{D^2}{d} + 0,1d \right) \cdot z_c \quad (41)$$

11. Wyznaczenie długości (l_{bl}) zblokowanej sprężyny

$$l_{bl} = (z + p) \cdot d \quad (42)$$

p zależy od przyjętego rodzaju zakończenia sprężyny:

$p = -0,5$ - dla sprężyn o zwojach przyłożonych i szlifowanych,

*$p = +0,5$ - dla sprężyn o zwojach przyłożonych i nieszlifowanych,
gdy z jest liczbą połówkową,*

*$p = +1,0$ - dla sprężyn o zwojach przyłożonych i nieszlifowanych,
gdy z jest liczbą całkowitą*

12. Wyznaczenie długości końcowej (l_k) sprężyny:

$$l_k = l_{bl} + \sum a_{\min}$$

$$l_k = (z + p) \cdot d + \sum a_{\min} \quad (43)$$

13. Wyznaczenie długości początkowej (l_p) sprężyny:

$$l_p = l_k + f_r$$

$$l_p = (z + p) \cdot d + \sum a_{\min} + f_r \quad (44)$$

14. Wyznaczenie długości (l_0) sprężyny swobodnej:

$$l_0 = l_k + f_k$$

$$l_0 = (z + p) \cdot d + \sum a_{\min} + f_k \quad (45)$$

15. Sprawdzanie możliwości wyboczenia sprężyny

- Obliczenie wskaźnika smukłości sprężyny λ

$$\lambda = \frac{l_0}{D} \quad (46)$$

- Obliczenie wskaźnika sprężystości sprężyny η

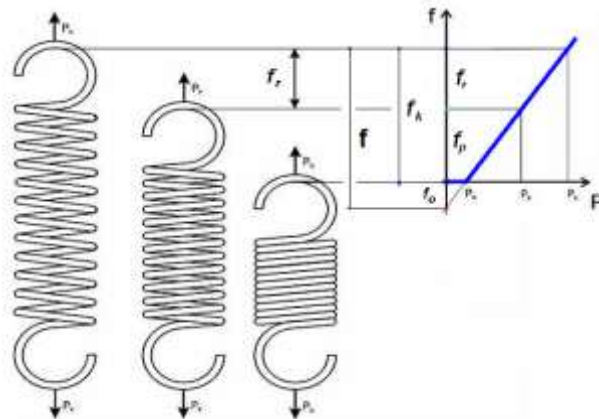
$$\eta = \frac{f_k}{l_0} 100 \quad (47)$$



1. końce sprężyny równoległe i sztywno zamocowane
2. sprężyny o zmiennych warunkach podparcia

Punkt pracy powyżej krzywych $\eta(\lambda)$ wymaga prowadzenia sprężyny

- Sprężyna naciągowa



Sprężyna naciągowa oraz jej charakterystyka: siła P w funkcji ugięcia f

Dane:

- ◆ siła początkowa (P_P), ◆ siła końcowa (P_K), ◆ strzałka robocza (f_r)

1. Obliczenie obciążenia granicznego P_g sprężyny

$$P_g = \frac{P_k}{1 - \delta} \quad (48)$$

Przyjmuje się $\delta = 0,05 \div 0,10$

Po przekroczeniu siły P_g zaczynają się odkształcenia trwałe

2. Założenie napięcia własnego (P_0)

$$P_0 < \frac{1}{3} P_g \quad (49)$$

3. Wyznaczenie ugięcia końcowego

$$f_k = (f_p + f_r) = f_r \cdot \frac{P_k - P_0}{P_k - P_p} \quad (50)$$

4. Wyznaczenie wydłużenia (f_0) odpowiadającego napięciu własnemu

$$f_0 = \frac{f_r \cdot P_0}{P_k - P_p} \quad (51)$$

5. Wyznaczenie całkowitego wydłużenia (f)

$$f = f_k + f_0 \quad (52)$$

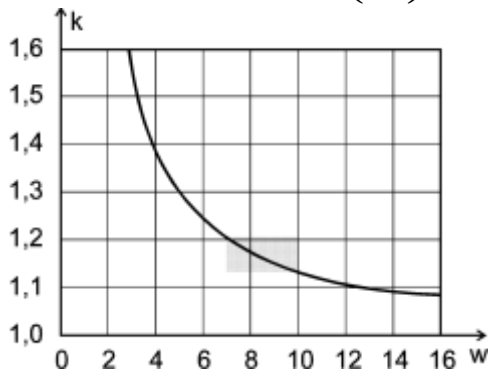
6. Przyjęcie wartości wskaźnika średnicowego (w) sprężyny

$$w = \frac{D}{d} \quad (53)$$

Zalecane jest przyjęcie wartości wskaźnika z przedziału $7 \leq w \leq 10$

7. Wyznaczenie wartości współczynnika poprawkowego (k) sprężyny

$$k = 1 + \frac{5}{4} \left(\frac{1}{w} \right) + \frac{7}{8} \left(\frac{1}{w} \right)^2 + \left(\frac{1}{w} \right)^3 \quad (54)$$



Wykres zależności współczynnika (k) od wskaźnika sprężyny (w)

8. Przyjęcie dopuszczalnej wartości naprężeń stycznych (τ_k)

$$\tau_k \leq k_s \quad (55)$$

k_s – dopuszczalne naprężenia styczne (skręcanie)

Zalecane jest przyjęcie $\tau_k = k_s = 600 \div 1000 \text{ MPa}$

9. Wyznaczenie średnicy drutu (d)

$$d' = \sqrt{\frac{8 \cdot P_k \cdot w \cdot k}{\pi \cdot \tau_k}} \quad (56)$$

Otrzymaną wartość (d') zaokrąglamy w górę do najbliższej wartości (d) z szeregu znormalizowanych średnic drutu sprężynowego

0,12	0,14	0,16	0,18
0,20	0,22	0,25	0,28
0,30	0,32	0,34	0,36
0,38	0,40	0,43	0,45
0,48	0,50	0,53	0,56
0,60	0,63	0,65	0,70
0,75	0,80	0,85	0,90
0,95	1,00	1,05	1,10
1,20	1,25	1,30	1,40
1,50	1,60	1,70	1,80
1,90	2,00	2,10	2,25
2,40	2,50	2,60	2,80

Znormalizowane średnice drutów sprężynowych [mm], wyciąg z normy PN-EN 10270-1:2004

10. Wyznaczenie średniej średnicy sprężyny (D)

$$D = w \cdot d \quad (57)$$

11. Wyznaczenie liczby zwojów czynnych (z_c)

$$z_c = \frac{G \cdot d \cdot f}{8 \cdot P_k \cdot w^3} \quad (58)$$

Moduł sprężystości poprzecznej G materiału w postaci stalowego drutu sprężynowego $G = 8 \cdot 10^4$ MPa

$f = f_k + f_0$ - całkowita strzałka ugięcia sprężyny naciągowej

12. Wyznaczenie długości (l_{0w}) części walcowej sprężyny nie obciążonej

$$l_{0w} = z_c \cdot d \quad (59)$$

13. Przyjęcie kształtu zakończeń sprężyny i wynikającej stąd długości obu zaczepów (Z)

„ Z ” najczęściej wynosi D lub $2D$

14. Wyznaczenie długości (l_0) sprężyny nie obciążonej

$$l_0 = l_{0w} + Z \quad (60)$$

15. Wyznaczenie długości (l_k) sprężyny na końcu skoku roboczego

$$l_k = l_0 - f_0 + f \quad (61)$$

16. Wyznaczenie długości (l_p) sprężyny na początku skoku roboczego

$$l_p = l_k - f_r \quad (62)$$

8. Materiały na sprężyny

Na sprężyny stosuje się przede wszystkim drut sprężynowy ze stali konstrukcyjnej niestopowej, wstępnie obrobiony cieplnie (patentowany), ciągnięty na zimno. Gatunki drutu i niektóre jego właściwości podano w normie PN-EN 10270-1:2004.

Gatunki drutu sprężynowego

Wytrzymałość na rozciąganie	Obciążenie statyczne	Obciążenie Dynamiczne
Niska	SL	-
Średnia	SM	DM
Wysoka	SH	DH

Tolerancje średnicy drutu:

Średnica d	Odchyłki	Średnica d	Odchyłki
0,10 ÷ 0,16	±0,004	0,80 ÷ 1,00	±0,015
0,18 ÷ 0,25	±0,005	1,05 ÷ 1,70	±0,020
0,28 ÷ 0,63	±0,008	1,80 ÷ 2,60	±0,025
0,65 ÷ 0,75	±0,010	2,80 ÷ 4,00	±0,030

Sprężyny z takiego materiału nawija się na zimno. Potem – najczęściej na gorąco – dogina się zwoje bierne lub zaczepy. Po ostatecznym ukształtowaniu sprężynę należy odpuszczać w celu usunięcia naprężeń, które powstały w procesie powstawania sprężyny. Podwyższa to także wartość dopuszczalnych naprężeń, a więc pozwala bardziej obciążyć sprężynę.

Sprężyn nie wolno hartować po nawinięciu, gdyż niszczy to właściwości sprężyste drutu!!!

Na rysunku konstrukcyjnym musi pojawić się stosowna uwaga:

Odpuszczać w temperaturze 210 ± 10^0 C.

Na druty wykonane ze stali niestopowych mogą być, zgodnie z normą, stosowane niżej wymienione powłoki ochronne.

Rodzaj powłoki	Oznaczenie powłoki
fosforanowa	ph
miedziana	cu
cynkowa	Z
ze stopu cynk/aluminium	ZA

Przykład oznaczenia drutu wysokiej wytrzymałości na obciążenia statyczne, o średnicy nominalnej $d = 0,80$ mm, z powłoką fosforanową:

Drut sprężynowy PN EN 10270-1 - SH - 0,80 ph

Na sprężyny stosuje się także drut sprężynowy wykonany ze stali niestopowej i stopowej hartowany w oleju i odpuszczany według PN EN 10270-2:2004

Gatunki drutu sprężynowego

Wytrzymałość na rozciąganie	Obciążenie statyczne	Średnia wytrzymałość zmęczeniowa	Wysoka wytrzymałość zmęczeniowa
Niska	FDC	TDC	VDC
Średnia	FDCrV	TDCrV	VDCrV
Wysoka	FDSiCr	TDSiCr	VDSiCr
Zakres średnic (mm)	0,50 ÷ 17,00	0,50 ÷ 10,00	

Przykład oznaczenia drutu sprężynowego o wysokiej wytrzymałości na rozciąganie przy obciążeniu statycznym i średnicy nominalnej $d = 1,00$ mm:

Drut sprężynowy PN EN 10270-2 – FDSiCr – 1,00

Sprężyny można również wykonywać z drutu sprężynowego ze stali nierdzewnej według PN EN 10270-3:2004

Gatunki drutu sprężynowego ze stali nierdzewnej

Znak	Numer	Normalna wytrzymałość na rozciąganie	Wysoka wytrzymałość na rozciąganie
X10CrNi18-8	1.4310	NS	HS
X5CrNiMo17-12-2	1.4401		
X7CrNiAl17-7	1.4568		

Na druty ze stali nierdzewnej mogą być, zgodnie z normą, stosowane następujące powłoki ochronne:

Rodzaj powłoki	Oznaczenie powłoki
bez powłoki	-
polerowanie	p
niklowanie	Ni

Przykład oznaczenia drutu sprężynowego wykonanego ze stali w gatunku 1.4310, o normalnej wytrzymałości na rozciąganie, o średnicy drutu $d = 1,00$ mm, z zastosowaniem powłoki niklowej:

Drut sprężynowy PN EN 10270-3 – 1.4310 – NS – 1,00 powłoka Ni

9. Literatura

1. Oleksiuk W. red.: Konstrukcja przyrządów i urządzeń precyzyjnych. WNT, Warszawa 1996
2. PN-EN 10270-1:2011 - Drut stalowy na sprężyny mechaniczne -- Część 1: Drut sprężynowy ze stali niestopowej patentowany ciągniony na zimno
3. PN-EN 10270-2:2011 - Drut stalowy na sprężyny mechaniczne -- Część 2: Drut sprężynowy hartowany w oleju i odpuszczony
4. PN-EN 10270-3:2011 - Drut stalowy na sprężyny mechaniczne -- Część 3: Drut sprężynowy ze stali odpornej na korozję
5. Precyzyjna technika liniowa. Koszyki łożyskowe do przewodnic liniowych. Katalog Rollico 2007