

Modelowanie i symulacja urządzeń mechatronicznych

Ćwiczenie 3

Badanie zjawisk cieplnych w mikrosilniku elektrycznym z radiatorem

Instrukcja laboratoryjna

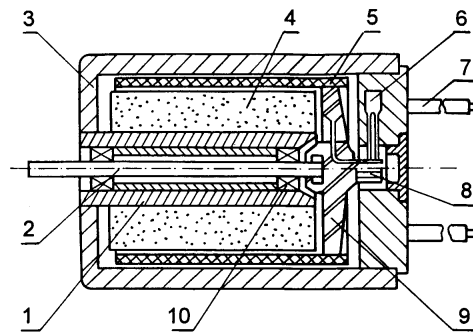
Warszawa 2013

3. Badanie zjawisk cieplnych w mikrosilniku elektrycznym z radiatorem

3.1. WPROWADZENIE

3.1.1. Model dwuelementowy

Cieplną strukturę mikrosilnika prądu stałego z wirnikiem bezrdzeniowym (rys. 3.1) dobrze opisuje model dwuelementowy, w którym jedno ciało cieplne jednorodne charakteryzuje zespół wirnika, a drugie - zespół stojana [3, 7].



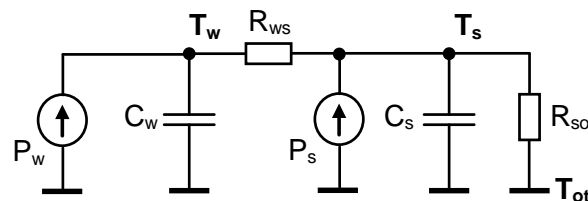
Rys. 3.1. Przekrój silnika z wirnikiem kubkowym wg [11]
1 - oprawa łożysk, 2 - wałek, 3 - obudowa, 4 - magnes, 5 - twornik, 6 - szczotka,
7 - wyprowadzenie, 8 - komutator, 9 - piasta, 10 – panewka

Przyjęcie założenia, że nie zachodzi bezpośrednia wymiana ciepła między wirnikiem i otoczeniem, prowadzi do zastępczego schematu przedstawionego na rys. 3.2. Dodatkowo zakłada się że moc cieplna P_w wydzielana w wirniku jest równa mocy P_v strat uzwojeniowych

$$P_w = P_v = i^2 R_t, \quad (3.1)$$

gdzie: i – prąd silnika, R_t – rezystancja uzwojeń wirnika, a w stojanie nie występują źródła ciepła [5]

$$P_s = 0. \quad (3.2)$$



Rys. 3.2. Schemat cieplnej struktury mikrosilnika z wirnikiem bezrdzeniowym;
 C_w - pojemność cieplna wirnika, C_s - pojemność cieplna stojana, P_w - moc cieplna wydzielana w wirniku, P_s - moc cieplna wydzielana w stojanie, R_{ws} - opór cieplny między wirnikiem i stojaniem, R_{so} - opór cieplny między stojaniem i otoczeniem, T_w - temperatura wirnika, T_s - temperatura stojana, T_{ot} - temperatura otoczenia

Szeregowy charakter powyższego układu pozwala na wprowadzenie zastępczych parametrów dynamicznych w postaci cieplnych stałych czasowych: τ_s stojana i τ_w wirnika

$$\tau_s = C_s R_{so}, \quad (3.3)$$

$$\tau_w = C_w R_{ws}, \quad (3.4)$$

a także na obliczanie chwilowej mocy W oddawanej z wirnika do stojana jako

$$W = \frac{(T_w - T_s)}{R_{ws}}. \quad (3.5)$$

Po uwzględnieniu powyższych zależności układ równań opisujących analizowany model przyjmuje postać

$$\tau_w \frac{dT_w}{dt} + (T_w - T_s) = R_{ws} P_w, \quad (3.6)$$

$$\tau_s \frac{dT_s}{dt} + (T_s - T_{ot}) = R_{so} W. \quad (3.7)$$

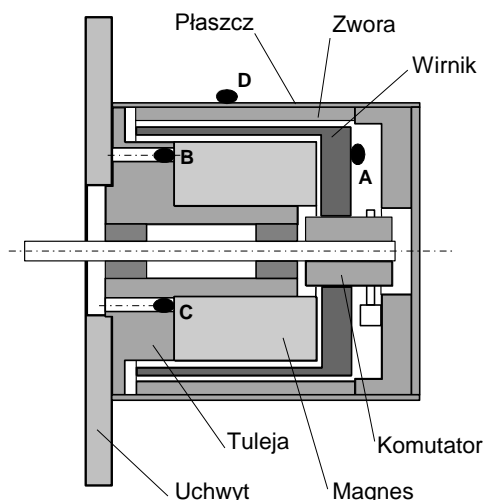
Znajomość czterech współczynników cieplnych: stałych czasowych τ_w i τ_s oraz oporów R_{ws} i R_{so} . pozwala na korzystanie z powyższego modelu, a tym samym przewidywanie na drodze obliczeniowej przyrostów temperatury elementów silnika występujących w czasie jego pracy. Wówczas możliwe jest także wyznaczanie bieżących wartości tych parametrów silnika, które w istotny sposób zależą od temperatury.

W katalogach renomowanych producentów [9, 10] zamieszczane są szacunkowe wartości parametrów przedstawionego modelu odnoszące się do wyidealizowanego przypadku tzw. silnika „zawieszonego w powietrzu” tj. umieszczonego w nieruchomym powietrzu o praktycznie nieograniczonej objętości [3]. Jednak w rzeczywistym układzie napędowym warunki odprowadzania ciepła z silnika do otoczenia są odmienne od warunków odniesienia [4, 5, 6]. Te zmienione warunki mogą oznaczać zarówno poprawienie, jak i pogorszenie wymiany ciepła z otoczeniem.

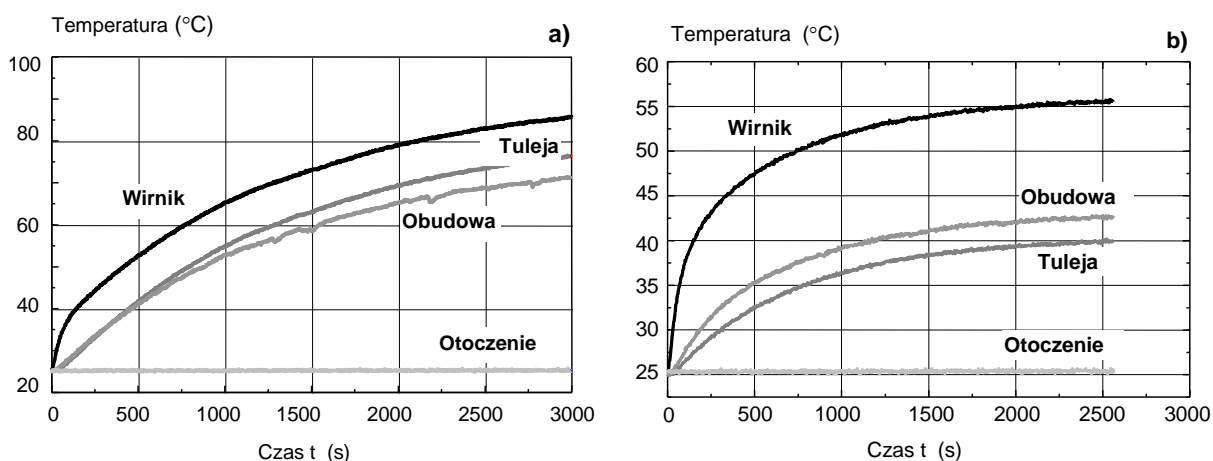
3.1.2. Badania doświadczalne

Zarejestrowano temperaturowe odpowiedzi silnika *PBM-40* [1] na wymuszenie w postaci skoków mocy cieplnej o różnych wartościach, wydzielającej się w uzwojeniu jego nieruchomionego wirnika [7]. Badania przeprowadzono dla dwóch przypadków zamocowania silnika (rys. 3.3).

W pierwszym przypadku, odpowiadającym „silnikowi zawieszonemu w powietrzu”, zastosowano uchwyt praktycznie nie zakłócający odprowadzania ciepła z silnika do otoczenia, w drugim - silnik zamocowano do usytuowanego pionowo radiatora w postaci znormalizowanej płyty duraluminiowej o wymiarach (130 x 130 x 5) mm barwionej na czarno. Na rys. 3.4 zamieszczono przykładowe odpowiedzi silnika uzyskane w stanowisku badawczym.



Rys. 3.3. Silnik *PBM-40* przygotowany do badań; czujniki temperatury: A – wirnika, B, C – magnesu, D – płaszcz



Rys. 3.4. Temperaturowe odpowiedzi silnika *PBM-40* zarejestrowane w stanowisku badawczym przy wymuszeniu mocą cieplną $P_w = 6,2 \text{ W}$ wydzielającą się w wirniku; a) silnik „zawieszony w powietrzu”, b) silnik zamocowany do radiatora

Korzystając z uzyskanych wyników sprawdzono możliwość użycia modelu dwuelementowego do opisu silnika z radiatorem. W koncepcji tej obok ciała cieplnego reprezentującego wirnik występuje ciało powstałe z połączenia stojana z radiatorem. Oznacza to zmianę parametrów charakteryzujących stojan, przy jednoczesnym założeniu, że współczynniki związane z wirnikiem nie ulegają zmianie. Jednak matematyczne opracowanie temperaturowych odpowiedzi silnika z radiatorem daje w wyniku wartości R_{ws} i τ_w w istotny sposób różniące się od wyznaczonych dla silnika „zawieszony w powietrzu”:

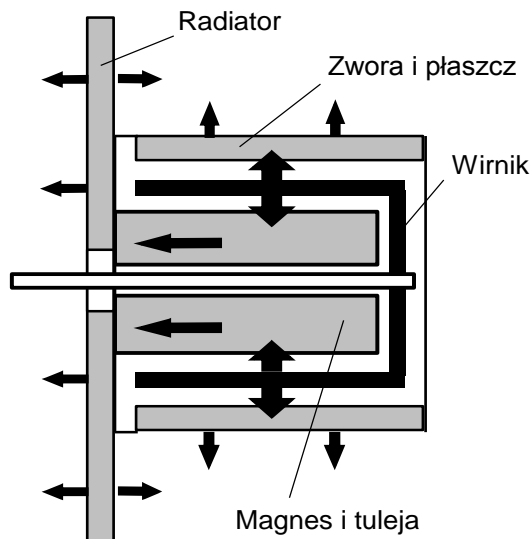
- rezystancja cieplna układu wirnik-stojan $R_{ws} = 1,77 \text{ K/W}$ zamiast $3,2 \text{ K/W}$,
- stała czasowa wirnika $\tau_w = 80 \text{ s}$ zamiast 50 s .

Wyniki tych doświadczeń wykazały, że model dwuelementowy nie odzwierciedla w zadowalający sposób zjawisk cieplnych w silniku zamocowanym do radiatora.

3.1.3. Rozszerzony model zjawisk

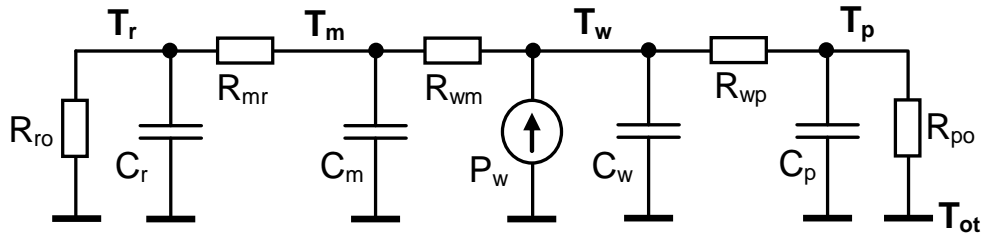
Przeprowadzono dodatkową analizę zjawisk wydzielania i rozptyłu ciepła w silniku z wirnikiem bezrdzeniowym z dołączonym radiatorem. Na tej podstawie sformułowano następujące założenia:

1. W obrębie całego wirnika występuje jednakowa temperatura;
2. Stojan silnika można opisać jako układ dwóch ciał cieplnych: wewnętrznego (magnes) i zewnętrznego (płaszcz i zwora), między którymi nie zachodzi wymiana ciepła (rys. 3.5);
3. Moc cieplna wydzielająca się w uzwojeniu wirnika jest oddawana zarówno do zewnętrznej, jak i wewnętrznej części stojana;
4. Radiator odprowadza ciepło do otoczenia z wewnętrznej lub zewnętrznej części stojana, zależnie od przyjętej konstrukcji układu napędowego;
5. Każdy z 4 wyróżnionych zespołów można zamodelować jako ciało cieplne jednorodne.



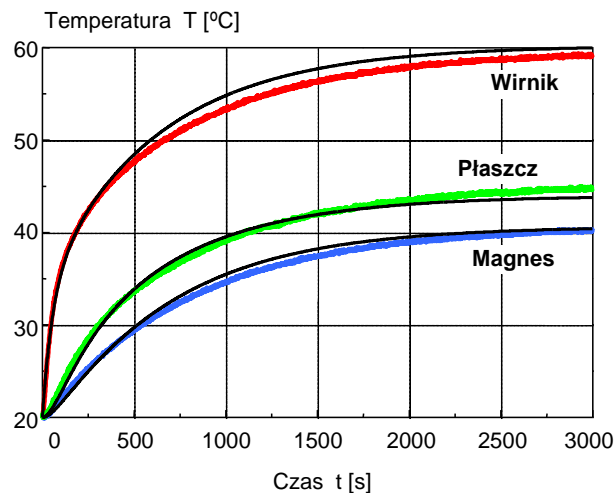
Rys. 3.5. Drogi przepływu ciepła w silniku przyjęte do modelowania

Model obwodowy zbudowany według powyższych założeń, w sytuacji gdy radiator styka się z tuleją stojana, przedstawiono w postaci zastępczego schematu na rys. 3.6. Zgodnie z tym opisem obliczanie ustalonych przyrostów temperatury silnika w radiatorze wymaga znajomości wartości pięciu oporów cieplnych, a analiza stanów nieustalonych dodatkowo znajomości czterech pojemności cieplnych wyróżnionych ciał.



Rys. 3.6. Model cieplnej struktury mikrosilnika prądu stałego z wirnikiem bezrdzeniowym zamocowanego do radiatora;
 C_m - pojemność cieplna magnesu, C_p - pojemność cieplna płaszczu, C_r - pojemność cieplna radiatora, C_w - pojemność cieplna wirnika, P_w - moc cieplna wydzielana w wirniku, R_{wm} - opór cieplny między wirnikiem i magnesem, R_{wp} - opór cieplny między wirnikiem i płaszczem, R_{so} - opór cieplny między stojanem i otoczeniem, R_{mr} - opór cieplny między magnesem i radiatorem, R_{ro} - opór cieplny między radiatorem i otoczeniem, T_w - temperatura wirnika, T_p - temperatura płaszczu, T_{ot} - temperatura otoczenia, T_r - temperatura radiatora

Dodatkowe badania wykazały bardzo dobrą zgodność wyników doświadczalnych z rezultatami symulacji komputerowej, uzyskiwanymi przy użyciu przedstawionego modelu czteroelementowego (rys. 3.7).



Rys. 3.7. Zestawienie temperaturowych odpowiedzi silnika *PBM-40* z radiatorem zarejestrowanych w stanowisku badawczym z wynikami symulacji komputerowej (linie czarne); (skok mocy cieplnej wydzielającej się w wirniku $P_w = 7,6 \text{ W}$)

Radiatory, czyli zespoły konstrukcyjne służące do rozpraszania mocy cieplnej, z reguły charakteryzują się znacznymi rozkładami temperatury. Rozkłady te można badać numerycznie metodami polowymi, dzieląc objętość rozpatrywanego elementu na możliwie dużą, ale skończoną liczbę elementów.

3.1.3.1. Model obwodowy cieplnej struktury mikrosilnika

Matematyczny opis cieplnej struktury silnika prądu stałego z radiatorem dołączonym do czołowej powierzchni silnika składa się z czterech równań równowagi cieplnej:

- wirnika

$$C_w \frac{dT_w}{dt} + \frac{1}{R_{wp}}(T_w - T_p) + \frac{1}{R_{wm}}(T_w - T_m) = P_w, \quad (3.8)$$

- wewnętrznej części stojana („magnesu”)

$$C_m \frac{dT_m}{dt} + \frac{1}{R_{wm}}(T_m - T_w) + \frac{1}{R_{mr}}(T_m - T_r) = 0, \quad (3.9)$$

- zewnętrznej części stojana („płaszczka”)

$$C_p \frac{dT_p}{dt} + \frac{1}{R_{wp}}(T_p - T_w) + \frac{1}{R_{po}}(T_p - T_{ot}) = 0. \quad (3.10)$$

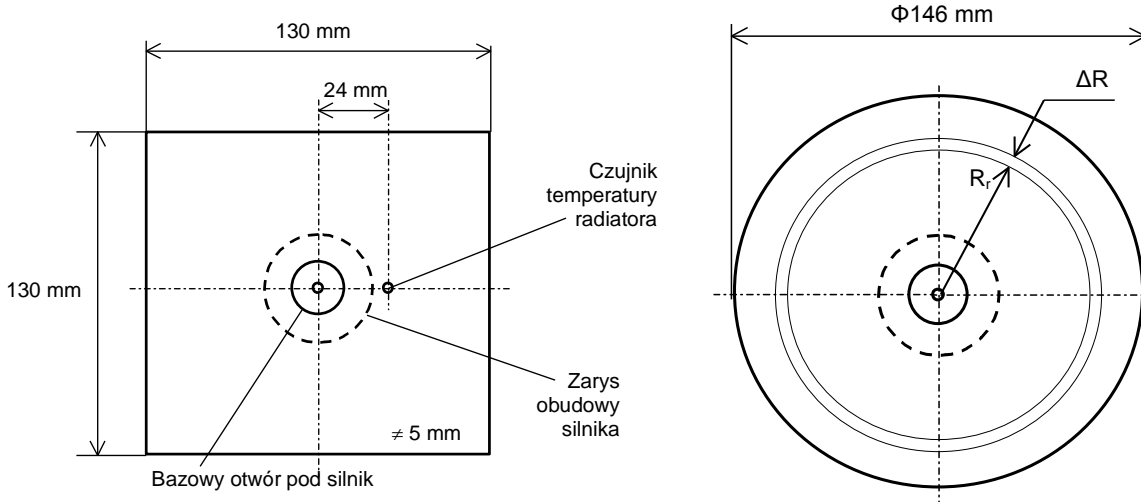
- radiatora

$$C_r \frac{dT_r}{dt} + \frac{1}{R_{ro}}(T_r - T_{ot}) + \frac{1}{R_{mr}}(T_r - T_m) = 0, \quad (3.11)$$

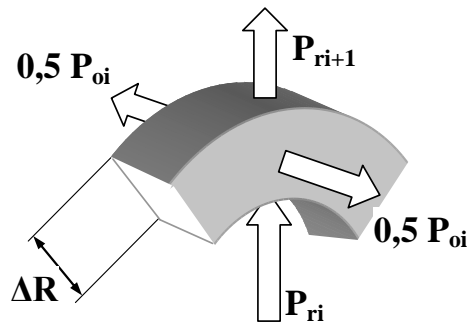
przy czym oznaczenia są zgodne z użytymi na rys. 3.6.

3.1.3.2. Połowy model radiatora

Jednoelementowy model radiatora można zastąpić modelem połowym. W celu uproszczenia obliczeń korzystne jest sprowadzenia tego modelu do obiektu jednowymiarowego. Dlatego kwadratowy radiator zastępuje się modelem okrągłej płyty z jedną współrzędną w postaci bieżącego promienia R_r (rys. 3.6). Grubość płyty przyjmuje się równą grubości radiatora, a jej średnicę oblicza tak, aby całkowita powierzchnia oddawania ciepła była równa powierzchni radiatora. Symulacyjny model radiatora składa się z n współosiowych warstw o jednakowej wysokości ΔR . W obrębie każdej z nich zakłada się brak rozkładu temperatury. Transmisję ciepła między kolejnymi warstwami i oddawanie ciepła z bocznych powierzchni radiatora przedstawiono schematycznie na rys. 3.7.



Rys. 3.6. Radiator silnika *PBM-40* (a) i jego modelowy odpowiednik (b):
 R_r – bieżący promień radiatora, ΔR – grubość warstwy



Rys. 3.7. Modelowanie zjawisk cieplnych w radiatorze
 P_{ri} – moc cieplna dopływająca do i -tej warstwy, P_{ri+1} – moc cieplna przekazywana do $i+1$ -ej warstwy, P_{oi} – moc cieplna oddawana do otoczenia z i -tej warstwy, ΔR – grubość warstwy

Równowagę cieplną warstwy opisuje równanie

$$P_{ri} = P_{ri+1} + P_{oi} + m_i c \frac{dT_i}{dt} \quad (3.12)$$

w którym: P_{ri} – moc cieplna doprowadzana z poprzedniej warstwy, P_{ri+1} – moc cieplna oddawana do następnej warstwy, m_i – masa warstwy, c – ciepło właściwe materiału radiatora, P_{oi} – moc cieplna oddawana do otoczenia, T_i – temperatura i -tej warstwy. Moc cieplna oddawana do otoczenia obliczana jest ze wzoru [3]

$$P_{oi} = \alpha S_i (T_i - T_{ot}) \quad (3.13)$$

przy czym: S_i – pole bocznej powierzchni warstwy, T_{ot} – temperatura otoczenia, α – współczynnik oddawania ciepła.

Moc przekazywana do następnej warstwy wyrażona jest zależnością

$$P_{ri+1} = \frac{\lambda(T_i - T_{i+1})}{\Delta R} \cdot 2\pi R_i h, \quad (3.14)$$

gdzie: h – grubość radiatora, R_i – promień i -tej warstwy radiatora, λ - przewodność cieplna właściwa materiału radiatora.

3.1.4. Cel ćwiczenia

1. Praktyczne zapoznanie się z zasadami obwodowego modelowania zjawisk cieplnych w układach napędowych.
2. Poznanie prostej metody modelowania polowego na przykładzie radiatora silnika.

3.2. PRZEDMIOT ĆWICZENIA I POMOCE

3.2.1. Przedmiot ćwiczenia

Przedmiotem ćwiczenia jest matematyczny model cieplnej struktury silnika *PBM-40* [1] z radiatorem. Matematyczny opis cieplnej struktury silnika prądu stałego umożliwiający połączenie z modelem radiatora składa się z następujących równań:

- równowagi cieplnej wirnika

$$C_w \frac{dT_w}{dt} + \frac{I}{R_{wp}} (T_w - T_p) + \frac{I}{R_{wm}} (T_w - T_m) = P_w, \quad (3.15)$$

- równowagi cieplnej wewnętrznej części stojana („magnesu”)

$$C_m \frac{dT_m}{dt} + \frac{1}{R_{wm}} (T_m - T_w) + \frac{1}{R_{mr}} (T_m - T_l) = 0, \quad (3.16)$$

- równowagi cieplnej zewnętrznej części stojana („obudowy”)

$$C_p \frac{dT_p}{dt} + \frac{1}{R_{wp}} (T_p - T_w) + \frac{1}{R_{po}} (T_p - T_{ot}) = 0. \quad (3.17)$$

- mocy cieplnej oddawanej z magnesu do radiatora

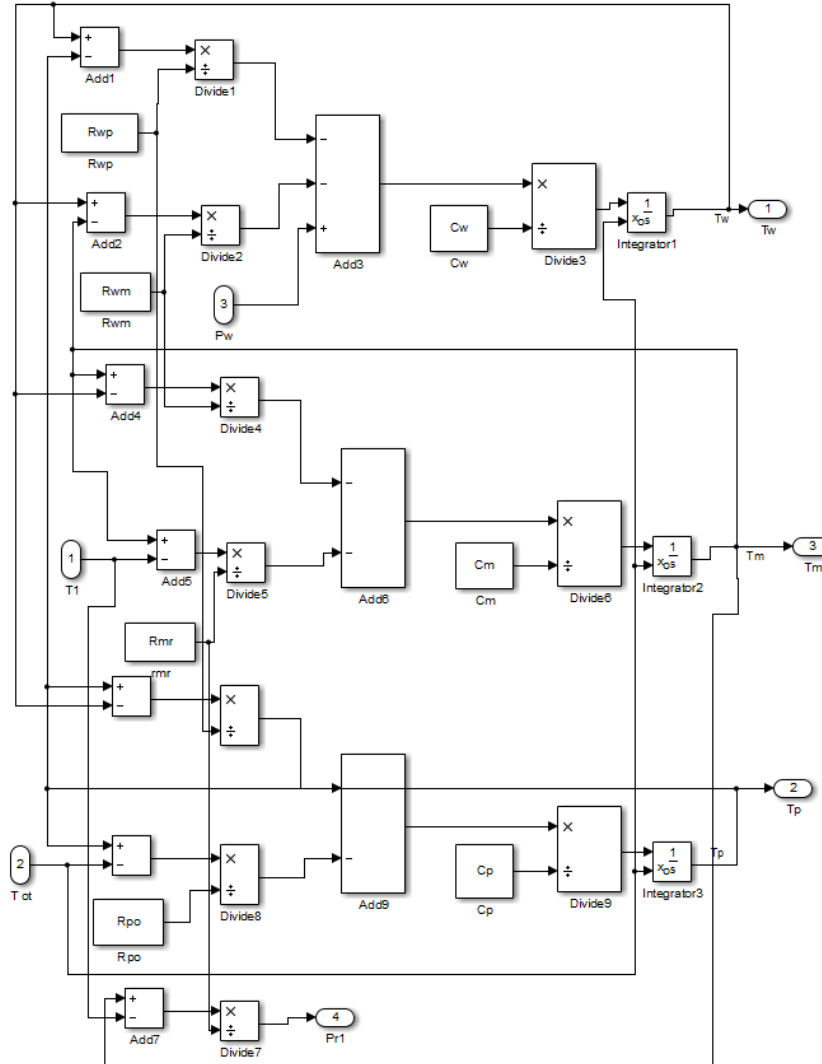
$$\frac{I}{R_{mr}} (T_m - T_l) = P_{rl}, \quad (3.18)$$

gdzie: P_{rl} – moc cieplna oddawana z magnesu do radiatora, T_l – temperatura radiatora w miejscu styku z silnikiem, a pozostałe oznaczenia są zgodne z użytymi na rys. 3.6.

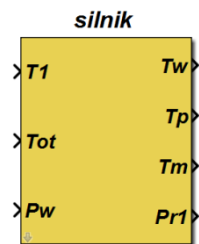
3.2.2. Symulacyjny model silnika

Symulacyjny model cieplnej struktury silnika opracowany w języku *Simulink* bazuje na równaniach (3.15) – (3.18). Schemat blokowy modelu przedstawiono na rys. 3.8. Wielkościami wejściowymi są: T_{ot} – temperatura otoczenia, T_l – temperatura radiatora w miejscu styku z silnikiem, P_w – moc cieplna wydzielana w wirniku. Wyjścia odpowiadają następują-

cym wielkościom: T_w - temperatura wirnika, T_p - temperatura płaszcza (obudowy), T_m - temperatura magnesu, P_{r1} - moc cieplna oddawana z magnesu do radiatora (rys. 3.9).



Rys. 3.8. Model symulacyjny cieplnej struktury silnika



Rys. 3.9. Widok ikony podsystemu cieplnej struktury silnika przygotowanego do dołączenia modelu radiatora

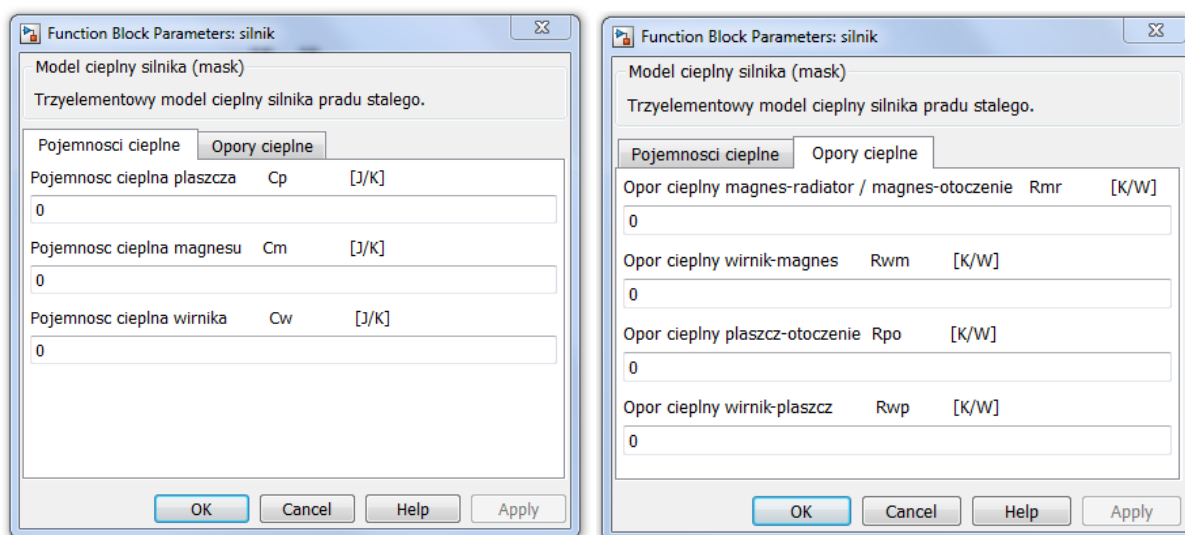
3.3. WYKONANIE ĆWICZENIA

3.3.1. Opracowanie symulacyjnego modelu połowego radiatora

W języku *Simulink* opracować symulacyjny model cieplnej struktury radiatora zamocowanego do powierzchni czołowej silnika.

3.3.1.1. Zamodelowanie silnika zawieszzonego w powietrzu

Wprowadzić do okna dialogowego modelu cieplnej struktury silnika (rys. 3.10) dane liczbowe zamieszczone w tabl. 3.1.



Rys. 3.10. Widok okien dialogowych zamaskowanego podsystemu cieplnej struktury silnika

Tabl. 3.1. Parametry trzyelementowego modelu silnika *PBM-40*

Parametr	Symbol	Wartość	Jednostka
Opór cieplny wirnik-łuszcz	R_{wp}	6	K/W
Opór cieplny wirnik-magnes	R_{wm}	4	K/W
Opór cieplny magnes-otoczenie	R_{mr}	24	K/W
Opór cieplny łuszcz-otoczenie	R_{po}	16	K/W
Pojemność cieplna wirnika	C_w	16,7	J/K
Pojemność cieplna łuszcz	C_p	47	J/K
Pojemność cieplna magnesu	C_m	80	J/K

Podstawić stałą wartość temperatury otoczenia

$$T_{ot} = 20^{\circ}\text{C}.$$

Tę samą temperaturę przyjmując jako początkową dla wszystkich modelowanych elementów.

Do modelu silnika doprowadzić sygnał mocy cieplnej

$$P_w = 6,2 \text{ W}.$$

Przyjmując wartość temperatury

$$T_1 = T_{ot}. \quad (3.19)$$

Zarejestrować temperaturowe odpowiedzi elementów silnika na skok mocy cieplnej w oknie czasowym o szerokości 3000 s. Wizualnie porównać uzyskane wyniki z odpowiedziami zamieszczonymi na rys. 3.4a.

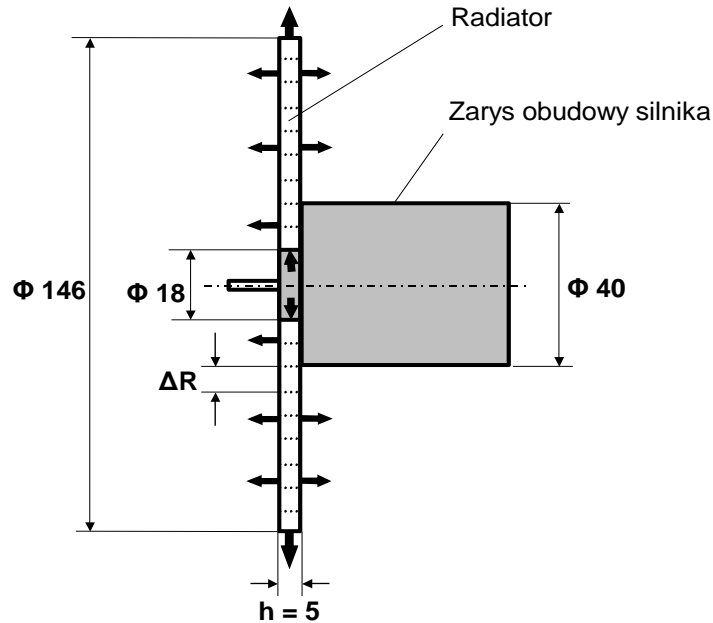
3.3.1.2. Zamodelowanie radiatora

Opracować w języku *Simulink* model radiatora jako zbiór współosiowych pierścieni (warstw) o jednakowej wysokości ΔR (rys. 3.11). W tym celu należy zbudować podsystem reprezentujący warstwę radiatora zgodnie z równaniem równowagi cieplnej (3.12). W podsystemie utworzyć następujące wejścia: P_{ri} , T_{i+1} , T_{ot} i następujące wyjścia: P_{ri+1} , T_i . W oknie dialogowym zamaskowanego bloku należy umożliwić wprowadzanie parametrów zamieszczonych w tabl. 3.2.

Tabl. 3.2. Parametry warstwy radiatora

Parametr	Symbol	Jednostka
Wewnętrzny promień warstwy	R_i	mm
Wysokość warstwy	ΔR	mm
Grubość radiatora	h	mm
Gęstość materiału radiatora	ρ	g/mm^3
Współczynnik przewodności cieplnej	λ	$\text{W}/(\text{mm} \cdot \text{K})$
Współczynnik oddawania ciepła do powietrza	α	$\text{W}/(\text{mm}^2 \cdot \text{K})$
Ciepło właściwe	c	$\text{J}/(\text{K} \cdot \text{g})$

W strukturze radiatora wyodrębnić nie mniej niż 5 warstw. W celu uproszczenia opisu przyjmując, że moc cieplna z wewnętrznej części stojana (magnesu) wpływa tylko do pierwszej warstwy modelu radiatora. Dla warstwy stykającej się z silnikiem założyć tylko jednostronne oddawanie ciepła do otaczającego powietrza. Przy warstwie ostatniej uwzględnić oddawanie ciepła do otoczenia przez obie warstwy boczne, a także przez zewnętrzną powierzchnię walcową, zamiast przewodzenia do następnej warstwy (konieczność zerowania składnika P_{ri+1}).



Rys. 3.11. Modelowanie radiatora

W programie wykorzystać wartości współczynników cieplnych duraluminiowego radiatora zamieszczone w tabl. 3.3.

Tabl. 3.3. Parametry materiału radiatora

Parametr	Symbol	Wartość	Jednostka
Współczynnik oddawania ciepła z aluminium do powietrza	α	$15 \cdot 10^{-6}$	W/(mm ² ·K)
Współczynnik przewodności cieplnej duraluminium	λ	0,164	W/(mm·K)
Ciepło właściwe duraluminium	c	0,88	J/(K·g)
Gęstość duraluminium	ρ_{Al}	$2,75 \cdot 10^{-3}$	g/mm ³

W modelu cieplnej struktury silnika wartość wcześniej przyjętego oporu cieplnego magnes-otoczenie zastąpić oporem cieplnym magnes-radiator wynoszącym

$$R_{mr} = 1,5 \text{ K/W.}$$

3.3.2. Wyznaczenie ustalonego rozkładu temperatury w radiatorze

Do modelu silnika doprowadzić sygnał mocy cieplnej P_w o wartości podanej przez prowadzącego. Wyznaczyć ustalone temperatury wszystkich warstw radiatora. Uzyskany w ten sposób rozkład temperatury przedstawić w postaci wykresu

$$T_r = f(R),$$

stosując ciągłą aproksymację zależności.

3.4. SPRAWOZDANIE Z ĆWICZENIA

W sprawozdaniu z ćwiczenia należy zamieścić:

- a) symulacyjny model układu, w szczególności schematy modeli warstw: dwu skrajnych i wybranej wewnętrznej (p. 3.3.1.2),
- b) widok okna dialogowego wybranej warstwy radiatora z wpisanymi wartościami parametrów (p. 3.3.1.2)
- c) odpowiedzi temperaturowe silnika bez radiatora (p. 3.3.1.1) oraz układu z polem modelem radiatora (p. 3.3.1.2),
- d) wyniki analizy symulacyjnej – rozkład temperatury radiatora (p. 3.3.2).

3.5. LITERATURA

1. Długiewicz L.: *Magnetoelektryczny silnik bezrdzeniowy typu PBM-40*. Prace Instytutu Elektrotechniki, Zeszyt 130, str.11-18. Warszawa 1984
2. Gajda J., Szyper M.: *Modelowanie i badania symulacyjne systemów pomiarowych*. Wyd. Wyd. Elektrotechniki Automatyki Informatyki i Elektroniki AGH. Kraków 1998
3. Jucker E.: *Physical Properties of Small DC Motors Using an Ironless Rotor*. Portescap, La Chaux-de-Fonds. Switzerland, 1974
4. Kenio T., Nagamori C.: *Dvigateli postojannogo toka s postojannymi magnitami*. Énergoatomizdat. Moskva 1989
5. Pełczewski W.: *Zagadnienia cieplne w maszynach elektrycznych*. PWT. Warszawa 1956
6. Puternicki P.: *Silniki komutatorowe małej mocy. Analiza i optymalna synteza konstrukcji*. Wydawnictwo Książkowe Instytutu Elektrotechniki. Warszawa 2000
7. Wierciak J., Tański T.: *Wyznaczanie cieplnych parametrów mikrosilnika prądu stałego*. Międzynarodowe XI Sympozjum „Mikromaszyny i Serwonapędy”, Malbork, 14-18 września 1998, t. I, s. 90-97
8. Wierciak J.: *Identyfikacja cieplnych parametrów mikrosilnika elektrycznego w radiatorze*. XI Sympozjum „Modelowanie i Symulacja Systemów Pomiarowych”. Krynica 17-21 września 2001, s. 109-112
9. API Portescap. *Miniature High Performance Motors & Peripheral Components for Motion Solutions*. Katalog 1999
10. MAXON. *Der führende Hersteller hochpräziser Antriebe und Systeme*. Katalog 2000