

Modelowanie i symulacja urządzeń mechatronicznych

**Ćwiczenie 2**

**Modelowanie układu napędu taśmy  
przenośnego magnetofonu kasetowego  
w środowisku  
MATLAB/SIMULINK**

**Instrukcja laboratoryjna**

Warszawa 2013

## 2. Modelowanie układu napędu taśmy przenośnego magnetofonu kasetowego w środowisku MATLAB/SIMULINK

### 2.1. WPROWADZENIE

#### 2.1.1. Przenośne urządzenia powszechnego użytku

Coraz więcej urządzeń powszechnego użytku może być wykorzystywanych w warunkach braku zasilania sieciowego. Dzieje się tak dzięki postępowi w dziedzinie wydajnych, odtwarzalnych źródeł energii elektrycznej, jak też nowym, coraz bardziej efektywnym rozwiązaniom konstrukcyjnym zespołów elektronicznych i mechanicznych. Złożona budowa takich urządzeń, których przykładami mogą być autonomiczne podzespoły przenośnych mikrokomputerów, odtwarzacze *CD*, magnetofony kasetowe, aparaty fotograficzne, kamery wideo i wiele innych, wymaga stosowania zaawansowanych narzędzi projektowania i wytwarzania, w tym systemów *CAD* i *CAM*, a także specjalizowanego oprogramowania obliczeniowego. Narzędzia symulacyjne dają konstruktorowi możliwość prowadzenia w szerokim zakresie analiz dynamiki działania projektowanych układów, ograniczając prawdopodobieństwo popełnienia błędów i ułatwiając optymalizację konstrukcji, według przyjętych kryteriów.

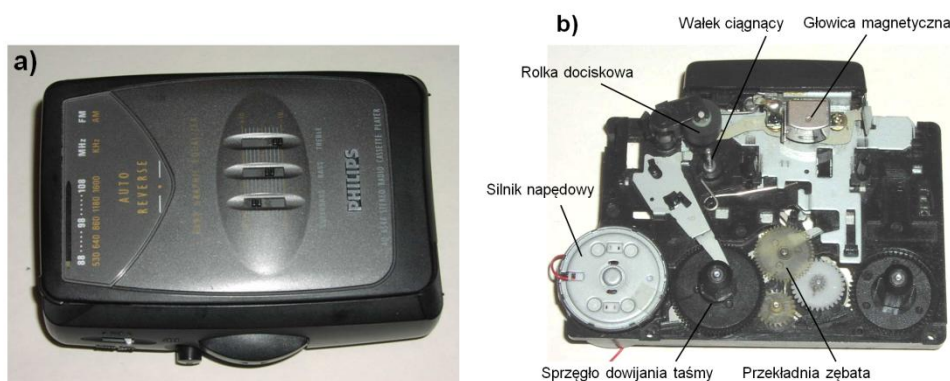
#### 2.1.2. Cel ćwiczenia

1. Praktyczne zapoznanie się z zasadami modelowania mechanizmów i zespołów przeniesienia napędu.
2. Poznanie możliwości wykorzystania symulacji komputerowej w pracach inżynierskich.

### 2.2. PRZEDMIOT ĆWICZENIA I POMOCE

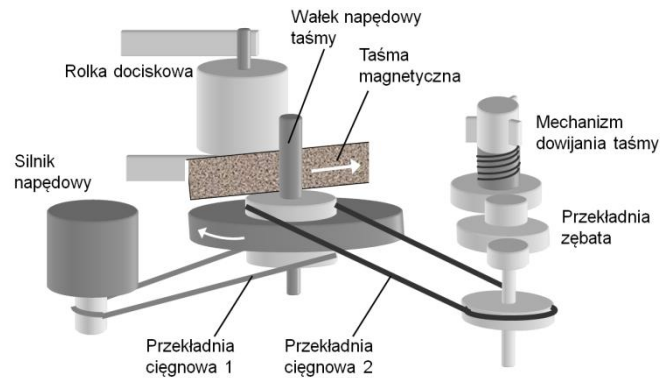
#### 2.2.1. Przedmiot ćwiczenia

Przedmiotem ćwiczenia jest matematyczny model układu napędu taśmy przenośnego magnetofonu kasetowego, który w widoku przedstawiono na rys. 2.1.



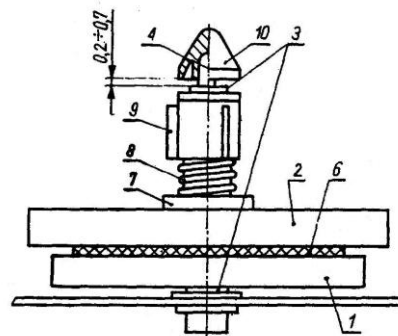
Rys. 2.1. Przenośny magnetofon kasetowy:  
a) widok zewnętrzny, b) widok mechanizmów od strony kasety

Silnik prądu stałego napędza za pośrednictwem przekładni ciągłowej bardzo dokładnie wykonany wałek ciągnący taśmę magnetyczną (rys. 2.2). Aby między wałkiem i taśmą nie występowały poślizgi, oba elementy są dociskane do siebie za pomocą gumowej rolki zawieszanej na płaskich sprężynach. Dodatkowo na wałku osadzone jest koło zamachowe, które w mechaniczny sposób redukuje wahania prędkości taśmy. Aby taśma była nawijana na szpulkę kasyety magnetofonowej z określonym naciąganiem, stosuje się dodatkowy układ mechaniczny, tzw. mechanizm dowijania.



Rys. 2.2. Schemat konstrukcyjny układu napędu taśmy w magnetofonie kasetowym

Typowe rozwiązanie mechanizmu dowijania taśmy polega na tarcowym sprzęgnięciu dwóch talerzyków nazwanych umownie „górnym” i „dolnym” (rys. 2.3).

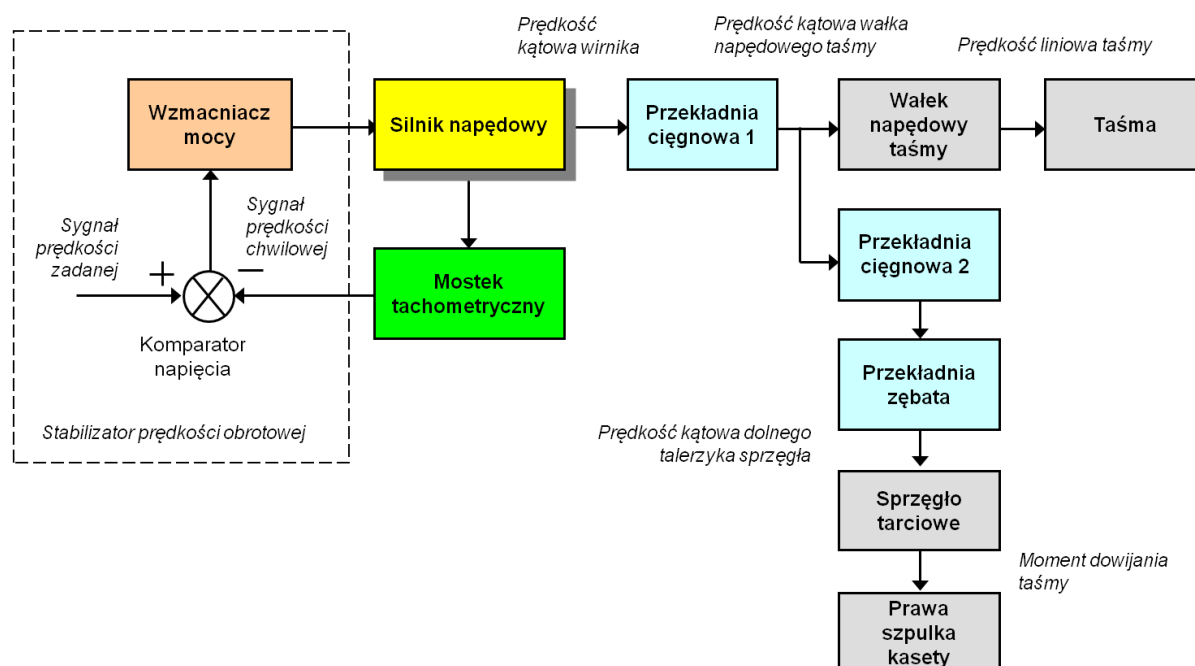


Rys. 2.3. Napęd dowijania w magnetofonie kasetowym [4]

- 1 – talerzyk dolny, 2 – talerzyk górny, 3 – podkładki teflonowe, 4 – oś,  
5 – szkielec magnetofonu, 6 – pierścień filcowy, 7 – krążek dociskowy,  
8 – sprężyna sprzęgła, 9 – zabierak, 10 – kapturek

Dolny talerzyk 1 jest osadzony swobodnie na osi 4, zamocowanej na stałe w szkielecie magnetofonu 5. Jest on napędzany w sposób ciągły przez silnik za pośrednictwem przekładni zębatej. Sprężyna 8 dociska talerzyk górny 2 do dolnego, oddzielonego od niego filcowym pierścieniem 6. Talerzyk górny jest na stałe sprzęgnięty kształtowo z zabierakiem 9 szpulki odbierającej taśmę. Gdy magnetofon odtwarza zapis z taśmy, talerzyk dolny oddziałuje na górny ze stałym momentem rozwiniętego tarcia, ponieważ ruch szpulki (a zarazem górnego talerzyka) jest ograniczony niewielką w stosunku do napędzanego talerzyka dolnego prędkością nawijania taśmy na szpulkę. Filcowy pierścień przez cały czas ślizga się po powierzchniach trących obydwu talerzyków. Wymagany moment dowijania, a tym samym siłę naciągu taśmy można ustawiać za pomocą sprężyny 8.

Do stabilizacji znormalizowanej prędkości  $v_{t0}$  przesuwu taśmy (w przypadku magnetofonów kasetowych wynoszącej  $4,76 \text{ cm/s}$ ) wykorzystywana jest stabilizacja prędkości obrotowej mikrosilnika napędowego. Stabilizatory obrotów budowane są z elementów dyskretnych lub w postaci układów scalonych. Schemat blokowy układu napędowego zawierający układ stabilizacji prędkości silnika napędowego z regulatorem proporcjonalnym przedstawiono na rys. 2.4.



Rys. 2.4. Schemat blokowy układu napędowego magnetofonu kasetowego

### 2.2.1.1. Matematyczny model mikrosilnika prądu stałego

W pracach inżynierskich najczęściej wykorzystywany jest matematyczny model mikrosilnika prądu stałego obejmujący dwa równania równowagi [1]:

- równanie napięć

$$u = R_t i + L \frac{di}{dt} + K_E \omega, \quad (2.1)$$

- równanie momentów

$$K_T i = (J_s + J_{red}) \frac{d\omega}{dt} + K_D \omega + (M_F + M_{Fred}) \cdot \text{sgn}(\omega) + M_{red}, \quad (2.2)$$

w których:  $u$  - napięcie zasilania (mV),  $i$  - prąd twornika (mA),  $\omega$  - prędkość kątowna wirnika (rad/s),  $J_{red}$  - zredukowany masowy moment bezwładności napędzanych zespołów ( $\text{gm}^2$ ),  $J_s$  - masowy moment bezwładności wirnika ( $\text{gm}^2$ ),  $K_D$  - współczynnik tarcia lepkiego w silniku (mNm/rad/s),  $K_E$  - stała napięcia (mV/rad/s),  $K_T$  - stała momentu (mNm/mA),  $L$  - indukcyjność uzwojenia twornika (H),  $M_F$  - moment tarcia statycznego w silniku (mNm),  $M_{Fred}$  - zredukowany moment tarcia obciążenia (mNm),  $M_{red}$  - zredukowany moment czynny obciążenia (mNm),  $R_t$  - całkowita rezystancja obwodu twornika ( $\Omega$ ).

### 2.2.1.2. „Mostek tachometryczny”

W celu eliminacji dodatkowych przetworników prędkości obrotowej w układach napędowych z mikrosilnikami prądu stałego zamiast sygnału prędkości chwilowej w regulatorze wykorzystywany jest sygnał proporcjonalny do chwilowego prądu pobieranego przez silnik. Prędkość silnika oblicza się z modelowej zależności

$$\omega = \frac{u - R_t i}{K_E}, \quad (2.3)$$

wynikającej z równowagi napięć w stanie ustalonym.

### 2.2.1.3. Wzmacniacz napięcia

Wzmacniacz napięcia modelowany jest jako element proporcjonalny lub regulator *PID* o parametrach dobieranych doświadczalnie na podstawie eksperymentów symulacyjnych. Dodatkowo model ten powinien zawierać układ ograniczający napięcie zasilania silnika do wartości nominalnej.

### 2.2.1.4. Przekładnie

W programie symulacyjnym obciążenie silnika modelowane jest jako zredukowane do jego wałka obciążenie charakteryzujące napędzany mechanizm. Ma ono postać momentów siły: tarcia  $M_{Fred}$  i czynnego  $M_{red}$ , a także masowego momentu bezwładności  $J_{red}$ , które w ogólności są zmienne. W przyjętej koncepcji modelowania układu napędowego przekładnie opisywane są przełożeniem  $i_p$  i sprawnością  $\eta_p$  służącymi do zredukowania obciążeń do wałka silnika. Redukcja momentu tarcia i redukcja masowego momentu bezwładności w danej przekładni następują zgodnie z klasycznymi zależnościami [3]

$$M_{Fred} = \frac{M_{Fmech}}{\eta_p i_p}, \quad (2.4)$$

$$J_{red} = \frac{J_{mech}}{i_p^2}, \quad (2.5)$$

w których:  $M_{Fmech}$  – moment tarcia w napędzanym mechanizmie,  $M_{Fred}$  – zredukowany moment tarcia w mechanizmie  $i_p$  – przełożenie przekładni,  $J_{mech}$  - masowy moment bezwładności napędzanych elementów mechanizmu,  $J_{red}$  – zredukowany masowy moment bezwładności napędzanych elementów mechanizmu,  $\eta_p$  – sprawność przekładni.

Redukcja momentów czynnych jest bardziej złożona ponieważ zachodzą tu dwa odmiennie przypadki:

- gdy moment czynny  $M_{mech}$  działa przeciwnie do momentu  $M_s$  silnika napędowego, jego wartość ulega klasycznej redukcji przez przełożenie  $i_p$  oraz dodatkowo zwiększeniu w następstwie zjawisk tarciovych w przekładni opisanych sprawnością  $\eta_p$

$$M_{red} = \frac{M_{mech}}{\eta_p i_p} \quad (\text{sgn}\{M_{mech}\} = -\text{sgn}\{M_s\}), \quad (2.6)$$

- gdy moment działa zgodnie z kierunkiem ruchu układu, dodatkowe opory ruchu zmniejszają jego oddziaływanie na napęd

$$M_{red} = \frac{M_{mech} \cdot \eta_p}{i_p} \quad (\text{sgn}\{M_{mech}\} = \text{sgn}\{M_s\}) . \quad (2.7)$$

Warto zwrócić uwagę, że w drugim przypadku (2.7) moment  $M_{red}$  ma wartość ujemną, co wynika z ujemnego znaku  $M_{mech}$ .

W każdej przekładni zachodzi redukcja prędkości obrotowej zgodnie z definicyjnym wzorem

$$\omega_{out} = \frac{\omega_{in}}{i_p} , \quad (2.8)$$

przy czym  $\omega_{out}$  oznacza prędkość wyjściowego wałka przekładni, a  $\omega_{in}$  – prędkość kątową wejściowego, napędzanego wałka tej przekładni.

W przekładniach o zakładanym stałym przełożeniu w rzeczywistości występują wahania zarówno przełożenia jak i sprawności, które na ogół są funkcją kąta obrotu. W takich sytuacjach spotyka się modelowanie tych wielkości jako okresowych funkcji kąta. Jeśli nie jest to konieczne przyjmuje się stałe, średnie wartości obu wielkości.

#### 2.2.1.5. Modele mechanizmów

W programie symulacyjnym napędzane mechanizmy modelowane są jako obciążenia wyjściowego wałka przekładni momentem czynnym  $M_{mech}$ , momentem tarcia  $M_{Fmech}$  i masowym momentem bezwładności  $J_{mech}$ , które mogą zarówno przyjmować stałe wartości, jak też być funkcjami kąтового położenia  $\varphi_{out}$  lub kątowej prędkości  $\omega_{out}$  tego wałka

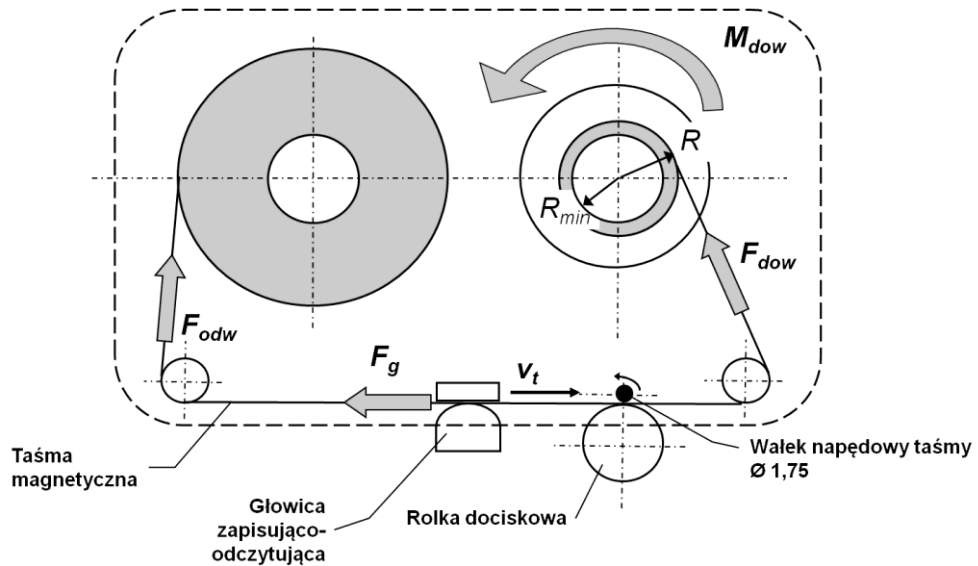
$$M_{mech} = f(\varphi_{out}, \omega_{out}, \dots) , \quad (2.9)$$

$$M_{Fmech} = f(\varphi_{out}, \omega_{out}, \dots) , \quad (2.10)$$

$$J_{mech} = f(\varphi_{out}, \omega_{out}, \dots) , \quad (2.11)$$

a także innych wielkości.

Rozkład sił i momentów w kasecie magnetofonowej przyjęty do opracowanie modelu mechanizmów magnetofonu przedstawiono na rys. 2.5.



Rys. 2.5. Przesuw taśmy w kasecie – rozkład sił i momentów (objaśnienia w tekście)

### Walek napędowy

Taśma magnetofonowa napędzana jest siłą tarcia przez walek napędowy. Potrzebny docisk taśmy do wałka zapewnia gumowa rolka dociskowa. Walek musi pokonać siłę  $F_g$  tarcia taśmy o głowicę czytająco-zapisującą i siłę  $F_{odw}$  potrzebną do odwijania taśmy z lewej szpulki. Typowe wartości obu sił zamieszczono w tabl. 2.1. W praktyce siła  $F_{odw}$  zmienia się wraz ze zmianą kąta opasania na kołku prowadzącym. W ćwiczeniu przyjmuje się upraszczające założenie o jej stałej wartości.

### Sprzęgło tarciove

Sprzęgło tarciove działa na prawą szpulkę momentem  $M_{dow}$ , który zapewnia nawijanie taśmy na szpulkę i zapobiega jej pętleniu się za wałkiem napędowym. Podczas zapisu lub odtwarzania dźwięku promień  $R$  nawinięcia taśmy na szpulce powiększa się z każdym obrotem o grubość taśmy (tabl. 2.2); tym samym zmienia się siła  $F_{dow}$  napinająca taśmę. Dodatkowo ze względu na nieuniknione błędy wykonawcze sprzęgło cierne nie gwarantuje stałej wartości momentu  $M_{dow}$ . W ćwiczeniu moment ten modelowany jest jako okresowa funkcja kąta obrotu dolnego talerzyka sprzęgła (rys. 2.4) o postaci

$$M_{dow} = M_d + \Delta M_d \sin \varphi_d, \quad (2.12)$$

przy czym:  $M_d$  – stała wartość momentu tarcia,  $\Delta M_d$  – amplituda zmian momentu,  $\varphi_d$  – kąt obrotu „dolnego” talerzyka. Wartości momentów zamieszczono w tabl. 2.1.

Tab. 2.1. Wartości obciążeń w mechanizmie przenośnego magnetofonu kasetowego.

Obciążenie wg rys. 1.6	Wartość
$F_g$	0,05 N
$F_{odw}$	0,1 N
$M_d$	6,5 N·mm

$\Delta M_d$	1,0 N·mm
--------------	----------

Tab. 2.2. Dane kaset magnetofonowych

Typ kasy	Grubość taśmy ( $\mu m$ )	Długość taśmy ( $m$ )
<b>C60</b>	18	90
<b>C90</b>	12	120
Prędkość przesuwu $v_{t0} = 4,76 \text{ cm/s}$		



## 2.3. WYKONANIE ĆWICZENIA

### 2.3.1. Opracowanie symulacyjnego modelu układu napędowego magnetofonu

Korzystając z bibliotek modeli *Simulinka* [2] zapisać model układu napędowego przenośnego magnetofonu kasetowego służący do wyznaczania chwilowej prędkości taśmy i prądu pobieranego przez silnik napędowy. Wykorzystać model mikrosilnika napędowego opracowany w poprzedniej części ćwiczenia. Wymiary ikon poszczególnych bloków dobrać tak, aby widoczne były w nich zadeklarowane wartości stałych.

#### 2.3.1.1. Zamodelowanie silnika

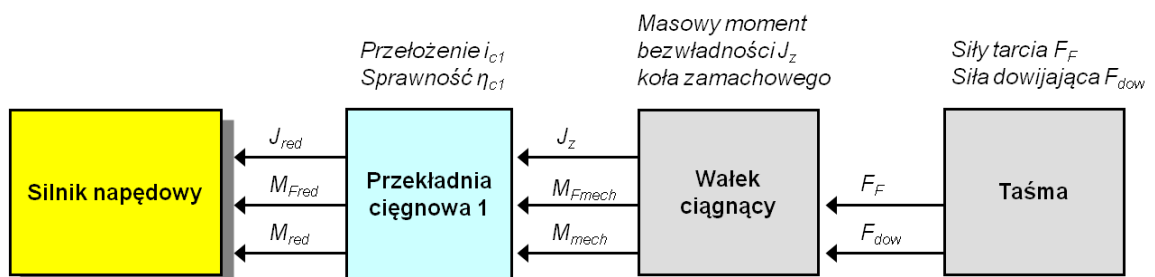
Otworzyć nowe okno robocze, nadać mu nazwę i zapisać na dysku. W oknie umieścić opracowany w ramach ćwiczenia nr 1 blok mikrosilnika prądu stałego. Wprowadzić parametry silnika przekazane przez prowadzącego zajęcia. Sprawdzić poprawność działania modelu.

#### 2.3.1.2. Zamodelowanie mechanizmów

##### Zamodelowanie układu napędu taśmy

Opracować matematyczny model obciążeń silnika napędowego pochodzących od wałka napędzającego taśmę (rys. 2.6). W modelu uwzględnić:

- obciążenie wypadkowym momentem od sił działających na taśmę w kasecie,
- obciążenie inercyjne od masowego momentu bezwładności koła zamachowego.



Rys. 2.6. Redukcja obciążeń od układu napędu taśmy

Przy obliczaniu siły dowijania taśmy uwzględnić zmienny promień nawijania taśmy. Jego początkową wartość przyjąć jako

$$R_{min} = 10 \text{ mm}.$$

Przyrost promienia zależy wyłącznie od długości nawiniętej taśmy i jej stałej grubości, a nie ma bezpośredniego związku z kątem obrotu dolnego talerzyka sprzęgła. Należy także zwrócić uwagę na fakt, że siła dowijania ma charakter czynny i dodatkowo „pomaga” silnikowi napędowemu (wzór 2.7), podczas gdy siły działające przeciwnie stanowią obciążenie tarciove (wzór 2.4).

Przekładnię cięgnową  $I$  zamodelować przyjmując jej stałe przełożenie

$$i_{c1} = 4,25,$$

i stałą sprawność

$$\eta_{c1} = 0,9.$$

Masowy moment bezwładności koła zamachowego osadzonego na wałku ciągnącym obliczyć, wiedząc że jest ono wykonane ze stali, ma średnicę

$$D_z = 30 \text{ mm},$$

i grubość

$$h_z = 1,8 \text{ mm}.$$

### Zamodelowanie sprzęgła dowijania

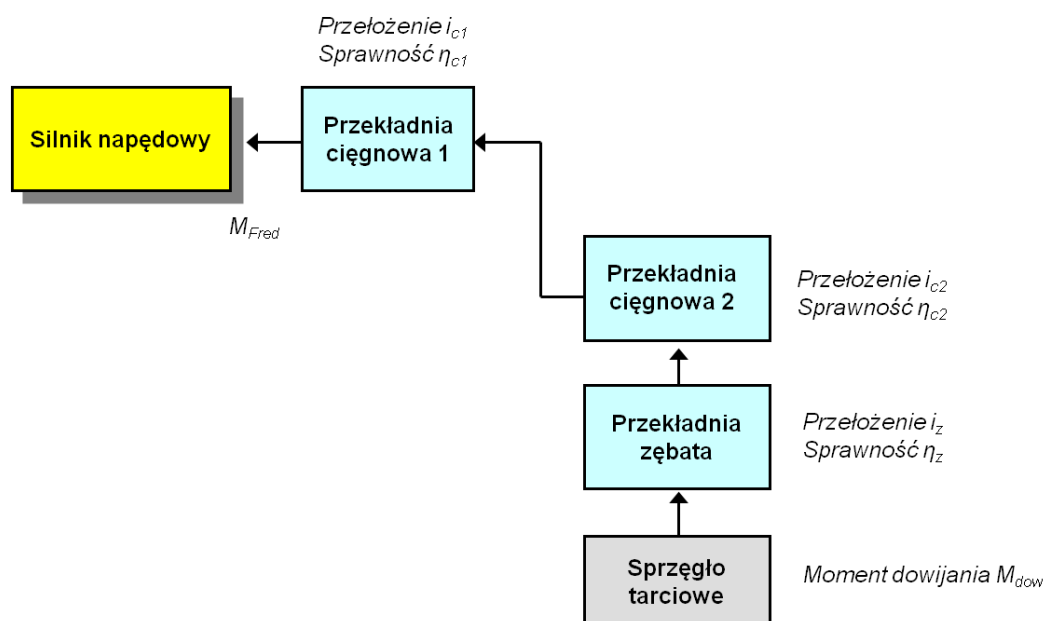
Sprzęgło dowijania zamodelować jako obciążenie silnika zmiennym momentem wynikającym ze zredukowania obciążenia tarcowego danego wzorem (2.12). Należy zwrócić uwagę, że kąt  $\varphi_d$  obrotu dolnego talerzyka sprzęgła jest wynikiem redukcji bieżącego kąta obrotu wałka silnika zgodnie z rys. 2.4.

Na rys. 2.7 przedstawiono układ przekładni łączących silnik napędowy ze sprzęgłem. Przełożenie przekładni ciągnowej 2 wynosi

$$i_{c2} = 1,$$

a jej sprawność podobnie jak w poprzednim przypadku

$$\eta_{c2} = 0,9.$$



Rys. 2.7. Redukcja obciążenia od sprzęgła dowijającego taśmę

Przełożenie przekładni zębatej przenoszącej napęd na sprzęgło przyjąć równe

$$i_z = 7,1.$$

Sprawność tej przekładni, ze względu na jej dwustopniową budowę, należy przyjąć jako

$$\eta_z = 0,9^2.$$

### Zamodelowanie obciążenia silnika

Wyznaczone zredukowane momenty siły zsumować zgodnie z ich charakterem: tarciovym lub czynnym i doprowadzić do odpowiednich wejść modelu silnika napędowego.

#### 2.3.1.3. Zamodelowanie układu sterującego

Układ sterujący ma za zadanie stabilizację prędkości przesuwu taśmy przez utrzymanie stałej prędkości obrotowej silnika napędowego. Zamodelować układ stabilizacji przez zastosowanie regulatora  $P$  lub  $PID$  wytwarzającego sygnał napięciowy sterujący silnik. Do wejścia regulatora doprowadzić sygnał różnicowy pomiędzy zmierzoną chwilową prędkością silnika i jej wymaganą wartością. Zamodelować układ ograniczający napięcie sterujące do wartości katalogowej. Nastawy regulatora dobrać doświadczalnie, tak aby uzyskać możliwie szybki rozruch układu.

#### 2.3.1.4. Zarejestrowanie odpowiedzi układu napędowego

Wykonać eksperyment symulacyjny polegający na uruchomieniu układu napędowego. Zarejestrować odpowiedzi: prędkości przesuwu taśmy i prądu pobieranego przez silnik używając modelu wybranego przyrządu pomiarowego.

#### 2.3.1.5. Zapisanie wyników modelowania

Zapisać na indywidualnym nośniku wyniki wykonanych prac, a w szczególności:

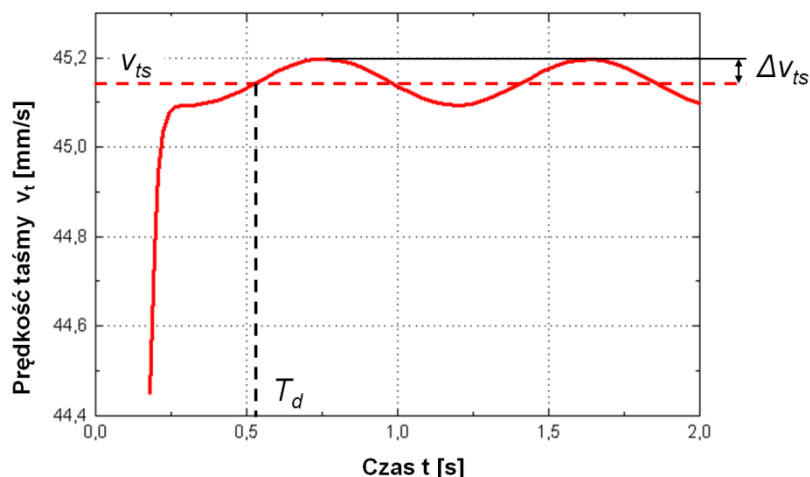
- symulacyjny model układu napędowego,
- przykładowe odpowiedzi układu.

### 2.3.2. Symulacyjna analiza układu

Poddać analizie czasową odpowiedź prędkości  $v_t$  taśmy (rys. 2.8). Wyznaczyć średnią ustaloną wartość tej prędkości i maksymalną amplitudę jej wahań wynikających ze zmian momentu tarcia w sprzęgle. Wyznaczyć nierównomierność  $w$  przesuwu taśmy jako

$$w = \frac{\Delta v_{ts}}{v_{ts}}, \quad (2.13)$$

gdzie:  $v_{ts}$  – uzyskana w symulacji średnia prędkość taśmy,  $\Delta v_{ts}$  – maksymalne odchylenie prędkości taśmy od wartości średniej. Określić czas  $T_d$  dojścia taśmy do prędkości ustalonej jako czas od chwili podania napięcia sterującego na silnik do chwili pierwszego przekroczenia przez prędkość taśmy jej średniej wartości.



Rys. 2.8. Fragment przykładowej odpowiedzi prędkości taśmy z zaznaczonymi charakterystycznymi parametrami

## 2.4. SPRAWOZDANIE Z ĆWICZENIA

W sprawozdaniu z ćwiczenia należy zamieścić:

- matematyczny opis zadania - model mechanizmu magnetofonu (pamiętając, że określenie „model” oznacza zarówno kompletny zbiór równań, jak i pełny wykaz wartości współczynników w równaniach);
- symulacyjny model układu napędowego - wydruk schematu blokowego z programu *SIMULINK* (p. 2.3.1.5),
- nastawy użytego regulatora (p. 2.3.1.3),
- odpowiedzi układu (p. 2.3.1.4),
- wyniki analizy (p. 2.3.2).

## 2.5. LITERATURA

- Kenjo T., Nagamori C.: *Dvigateli postojannogo toka s postojannymi magnitami*. Énergoatomizdat. Moskva 1989
- Mrozek B., Mrozek Z.: *MATLAB i Simulink. Poradnik użytkownika*. Wyd. Helion. Gliwice 2004
- Praca zbiorowa pod red. W. Oleksiuka: *Konstrukcja przyrządów i urządzeń precyzyjnych*. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne. Warszawa, 1996.
- Urbański B.: *Naprawa magnetofonów. Poradnik warsztatowy*. WNT, Warszawa, 1987
- Żelazny M.: *Podstawy automatyki*. PWN. Warszawa 1976
- API Portescap. *Miniature High Performance Motors & Peripheral Components for Motion Solutions*. Katalog 1999